Cristina Caligaris
Andrea Guarise
Marco W. Bassignana

AULA DI
FISICA

Osservare, sperimentare
e comprendere

1

App HOEPLI LINK
REALTÀ AUMENTATA

Edizione **OPENSCHOOL**

1	**LIBRO**DITESTO
2	**E-BOOK+**
3	RISORSE**ONLINE**
4	**PIATTAFORMA**

HOEPLI

Cristina Caligaris
Andrea Guarise
Marco W. Bassignana

AULA DI FISICA

Osservare, sperimentare e comprendere

Volume 1

EDITORE ULRICO HOEPLI MILANO

Via Hoepli 5, 20121 Milano (Italy)
tel. +39 02 864871 – fax +39 02 8052886
e-mail hoepli@hoepli.it

www.hoepli.it

LIBRO DIGITALE

Presentazione

La struttura del testo

Il testo ***Aula di Fisica***, oltre a rispondere ai programmi e alle direttive formative ministeriali, è stato concepito allo scopo di attribuire un ruolo formativo preponderante all'attività sperimentale, utilizzando materiale di facile reperibilità, in grado di evidenziare concretamente i fenomeni fisici, a cui segue una fase di ragionamento e discussione volta a pervenire alla formulazione di leggi, principi e formule.

Ben comprendendo che i limiti di tempo possono imporre al Docente di dover eseguire solo una parte delle esperienze proposte, il testo rimane sempre fruibile anche nel caso in cui si optasse per trattare gli argomenti senza l'esecuzione pratica dell'esperimento proposto, il cui svolgimento, i risultati e le conseguenze logiche sono sempre esposti per intero e in modo esaustivo. Questo permette di alternare fasi di didattica sperimentale e di didattica frontale senza penalizzare la fluidità e la completezza della trattazione.

La sezione *Proviamoci insieme* comprende esercizi svolti nell'ottica di accompagnare lo studente nell'applicazione di quanto appena studiato. Gli esercizi, più che al calcolo, sono finalizzati alla comprensione del concetto e alla sua applicabilità nella vita di tutti i giorni. Il testo infatti si prefigge di superare i limiti dovuti alla mancanza di conoscenze matematiche formalizzate.

L'opera è suddivisa in **moduli**, a loro volta strutturati in **unità didattiche** indipendenti, che rendono possibile l'adozione di percorsi formativi differenziati e adattabili alle necessità delle singole classi e delle specifiche realtà territoriali.

Il primo volume è costituito di 4 moduli:

Modulo A ***Grandezze fisiche e loro misura***	La prima unità didattica analizza le grandezze fisiche e il Sistema Internazionale; la seconda unità illustra strumenti, metodi ed errori di misura.
Modulo B ***Le forze***	Nella prima unità si introducono le forze, nella seconda l'equilibrio delle forze e nella terza la pressione e l'equilibrio dei fluidi.
Modulo C ***Dinamica***	Nella prima unità didattica partendo dalla Dinamica si arriva a comprendere la Cinematica; nella seconda si introduce il concetto di sistemi di riferimento e il moto circolare; nella terza si accenna alle leggi della gravitazione universale.
Modulo D ***Lavoro ed energia***	Nella prima unità didattica si analizzano i concetti di lavoro, energia e potenza, mentre nella seconda si affrontano la quantità di moto e gli urti.

L'**eBook+** che completa il volume può essere utilizzato su dispositivo elettronico (tablet, LIM e computer) e offre:

- domande a completamento, a scelta multipla e vero o falso interattive e autocorretive;
- video;
- approfondimenti sulla Fisica e sui suoi protagonisti: non solo biografie ma curiosità sui principali personaggi incontrati.

Risorse online hoepliscuola.it

Il sito fornisce ulteriori materiali integrativi a disposizione del docente, come le mappe, le formule dirette e inverse, le rubriche *La strumentazione utile* e *Riassumendo...* e schede per le esperienze in formato .pdf e .xls.

Realtà aumentata

App HOEPLI LINK REALTÀ AUMENTATA

Attraverso la app Hoepli Link è possibile visualizzare gli approfondimenti e i video anche in realtà aumentata.

Per visualizzare i contenuti digitali in AR è sufficiente:
- scaricare la app sullo smartphone o sul tablet dagli store App Store Google play
- inquadrare le pagine del libro con la fotocamera.

Gli autori ringraziano anticipatamente quanti vorranno fare loro pervenire, attraverso l'Editore, critiche e suggerimenti atti a migliorare il testo.

Cristina Caligaris Andrea Guarise Marco W. Bassignana

Indice

Indice dell'Area digitale

Introduzione

Dai *perché* alla Fisica

L'uomo si pone continuamente delle domande, sin dai tempi più antichi. Già dai primi anni di vita, i bambini iniziano a chiedere: "*Perché*?". La curiosità di capire è una caratteristica innata nell'uomo, il perché di questo lo lasceremo alle discussioni dei filosofi, noi, in questa sede, cercheremo di rispondere a molte di queste domande.

La Fisica, che ci accingiamo a scoprire, è una disciplina scientifica che nasce dalla ricerca delle risposte ad alcune delle innumerevoli domande che ci siamo posti nel corso della Storia. In origine lo scienziato si occupava di tutti i quesiti che ci poniamo, osservando la natura che ci circonda; la sua era una figura molto diversa da quella che conosciamo oggi, poiché scienza, filosofia e religione non erano separate.

Nei secoli successivi, lo studio delle Scienze si è differenziato in molte discipline sempre più specialistiche, ciascuna volta all'analisi di alcuni fenomeni specifici, ma le domande più basilari sulla natura hanno dato origine proprio a quella che oggi chiamiamo **Fisica**, che è dunque la più anziana di tutte le Scienze. Ma quali sono queste domande a cui daremo una risposta?

Le domande che si ponevano gli uomini del passato non sono poi così diverse da quelle che incuriosiscono noi oggi.

"*Prendiamo questo libro: se lo solleviamo e lo lasciamo, cade. Perché?*
Quando tocca il pavimento emette un rumore. Perché?
Più lo facciamo cadere dall'alto, maggiore sarà il rumore. Perché?

Ma poi cos'è il rumore?

Guardiamo meglio il libro: la carta è bianca, i caratteri neri, ci sono anche dei bei disegni colorati, ma cosa sono i colori?
Per vederli serve la luce del Sole o di una lampadina.
Ma cos'è il Sole? E la lampadina? E cos'è la luce?"

Quante domande, solo osservando un semplice libro. Come trovare le risposte? E come capire se abbiamo trovato quelle giuste?

Ci è voluto un po' di tempo, anzi… tanto tempo, migliaia di anni, ma oggi possiamo rispondere a tutte queste domande.

Per secoli le risposte sono state principalmente qualitative, o hanno fatto riferimento a concetti filosofici astratti. Abbiamo dovuto attendere il XVI secolo, con Galileo Galilei, per veder nascere la scienza come la conosciamo oggi, la **scienza del misurabile**, **del ripetibile**, la **scienza del metodo scientifico**.

Il **metodo scientifico** è una particolare e ben definita metodologia operativa che gli scienziati hanno messo a punto nel corso del tempo e che sarà il più importante regalo che questo libro e questa materia faranno a chi avrà la pazienza di applicarvisi.

A cosa ci serve la Fisica?

A nostro avviso esistono due motivi per studiare la Fisica:

- ✔ imparare le leggi che governano la Natura, o almeno quelle che conosciamo, per poterle applicare e risolvere i problemi pratici della nostra Società;
- ✔ capire il **metodo scientifico**, per poter imparare a valutare criticamente ciò che accade attorno a noi.

Ma se la prima risulta quasi scontata, la seconda è ancor più importante.

E chissà che qualcuno non decida di fare della Fisica una professione. Sì, perché la Fisica è anche una professione, quella esercitata dai fisici. Già, ma chi sono questi fisici? E cosa fanno?

Professione Fisico

Conosciamo dunque queste persone che nella vita hanno scelto di fare della Fisica una professione. I fisici si dividono in due grandi famiglie: i fisici sperimentali e i fisici teorici.

Quando sono di fronte a un fenomeno di cui non conoscono la spiegazione, i fisici si dividono in due squadre.

I primi (fig. 1), gli **sperimentali**, iniziano a studiarlo cercando di "misurare" in qualche modo quello che succede. Torniamo all'esempio del libro: cercherebbero di capire quanto tempo ci mette il libro a cadere da diverse altezze, o quanto rumore fa cadendo (come farlo è un'altra bella domanda).

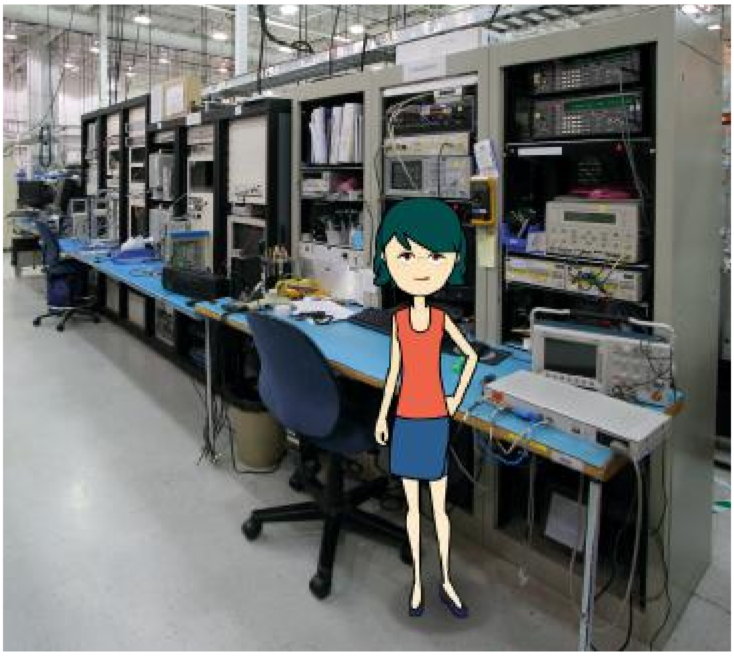


Fig. 1 *I fisici sperimentali hanno il compito di eseguire misure accurate dei fenomeni fisici.*

I secondi (fig. 2), i **teorici**, analizzano i numeri, le “misure” ottenute dai primi e cercano di ricavare delle leggi, espresse con il linguaggio della matematica, che trovino una corrispondenza con le misure di partenza e che possano prevedere il comportamento del fenomeno in casi diversi da quelli osservati dai colleghi-avversari. Cercano di ricavare ciò che si dice un “modello”.

A questo punto la prima squadra effettua nuove misure, per vedere se il modello ricavato dai teorici è giusto o sbagliato, nel qual caso il problema dovrà essere rianalizzato dalla seconda squadra… e così via, in una specie di partita a ping-pong, che si conclude quando il modello è ritenuto sufficientemente corretto ed entrambi i gruppi potranno concedersi il lusso di festeggiare, insieme, la loro conquista.

I fisici sperimentali lavorano nei laboratori, luoghi specifici che vengono attrezzati, di volta in volta, con il materiale e gli strumenti necessari per gli studi da effettuare. I laboratori possono assumere diverse dimensioni: possono essere piccoli se allestiti nelle stanze delle Università e nei centri di ricerca, oppure possono essere enormi complessi, grossi come piccole città, come ad esempio il CERN di Ginevra in Svizzera (figg. 3 e 4).

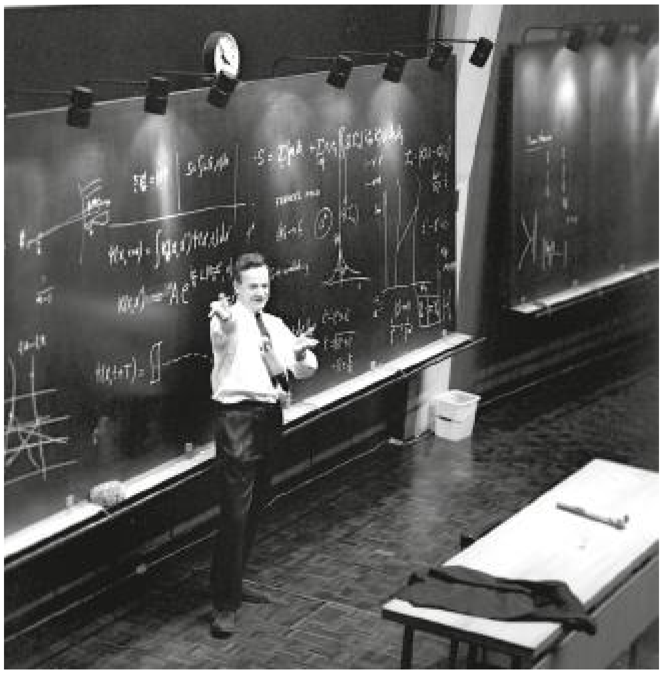


Fig. 2 *Richard Feynman (1918-1988), uno dei più grandi fisici teorici del secolo scorso, Premio Nobel per la fisica nel 1965 per i suoi studi sull’Elettrodinamica Quantistica. (Fotografia gentilmente concessa dal CERN[i], tutti i diritti riservati).*

Fig. 3 *Il globo della Scienza e dell’Innovazione, posto nei pressi dell’ingresso dei laboratori.*

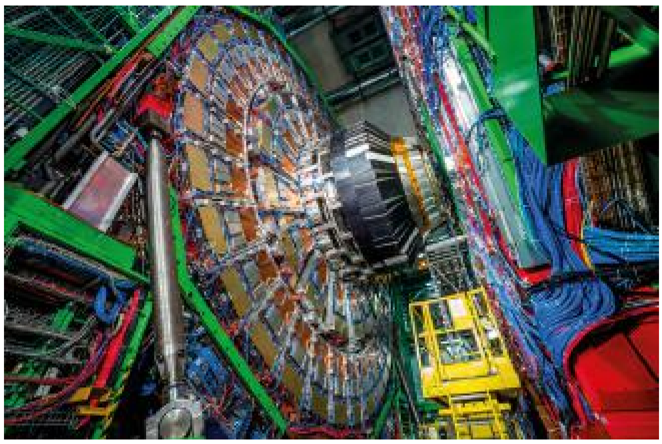


Fig. 4 *Una parte del rilevatore dell’esperimento CMS, installato sotto terra è lungo 20 metri, alto 15 e pesa oltre 12 000 tonnellate.*

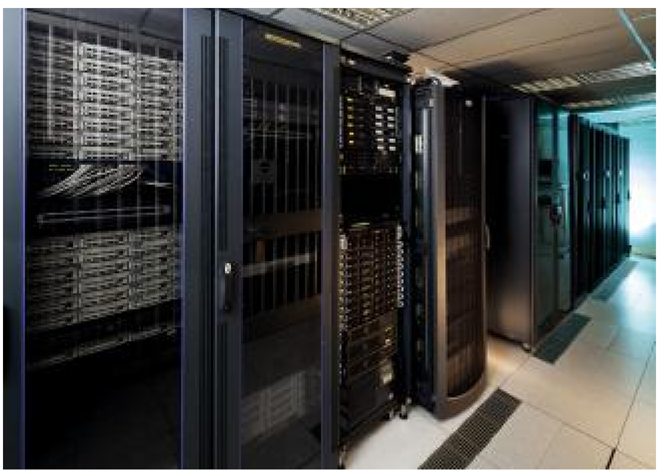


Fig. 5 *L’uso dei computer, come quello della matematica, è all’ordine del giorno per i fisici.*

Ai fisici teorici invece bastano carta e penna per fare i conti, o più verosimilmente oggi giorno una buona padronanza del computer (fig. 5).

Anche questo strumento nasce dall’esigenza dei fisici di fare conti sempre più complessi, anzi in pratica è una loro invenzione. Esattamente come il WEB, nato proprio per aiutare i fisici a giocare la loro partita a ping-pong senza doversi sempre incontrare di persona.

Possiamo dunque iniziare il nostro viaggio in cui vestiremo i panni del fisico, a volte giocando con gli sperimentali e a volte con i teorici, per dare un po’ di risposte alle nostre domande, ben sapendo che alle domande non c’è mai fine.

Ma in fondo è proprio questa la cosa più bella della Scienza.

[i] Il CERN (Organizzazione Europea Per la Ricerca Nucleare) è uno dei principali laboratori di ricerca al mondo, specializzato nello studio delle particelle elementari, ovvero di tutto ciò che è davvero moto, molto piccolo, i mattoni stessi con cui è costruito l’Universo.

MODULO A

GRANDEZZE FISICHE E LORO MISURA

A1 Le grandezze fisiche e il Sistema Internazionale

A2 Strumenti, metodi ed errori di misura

✓ Competenze

- Misurare grandezze fisiche con strumenti opportuni e fornire il risultato associando l'errore sulla misura
- Rappresentare dati e fenomeni con un linguaggio algebrico, grafico o con tabelle

✓ Abilità

- Eseguire una misura di lunghezza e di tempo
- Scegliere lo strumento di misura più adatto a eseguire una misura
- Eseguire semplici misure dirette e indirette
- Valutare l'incertezza strumentale e quella casuale in una misurazione
- Produrre grafici significativi per visualizzare i dati di un'esperienza

Area Digitale

- Approfondimenti
- Video
- Esercizi interattivi

A1
Le grandezze fisiche e il Sistema Internazionale

✓ Conoscenze

- Le grandezze fisiche e le loro dimensioni (lunghezza e tempo)
- Gli strumenti di misura e le loro caratteristiche
- Le unità di misura del Sistema Internazionale
- I multipli e i sottomultipli delle unità di misura
- I sistemi di coordinate a una, due e tre dimensioni
- La notazione scientifica e le cifre significative
- La rappresentazione grafica delle funzioni

✓ Abilità

- Eseguire una misura di lunghezza
- Eseguire una misura di tempo
- Rappresentare sul piano cartesiano una retta
- Risolvere problemi, anche per via grafica, che implicano l'uso di funzioni e di equazioni
- Esprimere i numeri in notazione scientifica
- Applicare le proprietà delle potenze
- Utilizzare correttamente il concetto di approssimazione

✓ Contenuti

Procuriamoci il materiale

- Un banco
- Alcuni fogli da disegno di formato A3
- Un paio di forbici
- Una gomma
- Uno smartphone, dotato di cronometro
- Il compagno più alto della classe

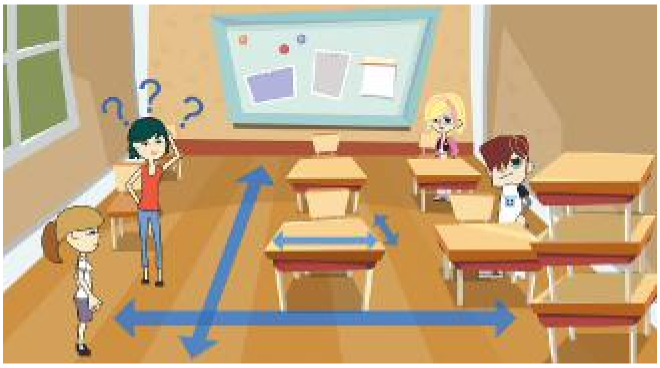
A1.1 Introduzione alle grandezze fisiche e alle unità di misura: le lunghezze

Come avremo potuto intuire da quanto detto nell'introduzione, gran parte del lavoro dei Fisici riguarda le *misure*, ma cos'è una misura? E perché ne parliamo?

Uno dei primi problemi pratici in cui ci si imbatte nella vita è capire quanto sono grandi gli oggetti che ci circondano o quanto siano distanti tra loro. Guardiamoci attorno (fig. A1.1) e riflettiamo.

- Quanto sono larghi i banchi su cui siamo seduti?
- Quanto sono distanti tra loro?
- Quanto è grande l'aula?
- Gli stessi banchi starebbero in un'aula più piccola? E quanti ne starebbero in una più grande?

Tutte queste domande portano dunque a chiederci cosa sono e come si misurano le lunghezze.



A1.1 Quanto è grande un banco? Quanti posso metterne in un'aula?

Le grandezze fisiche

Le *lunghezze* appartengono alla grande famiglia delle *grandezze fisiche*, essa racchiude tutto ciò che ci circonda e che possiamo misurare.

> Le **grandezze fisiche** sono tutte quelle caratteristiche o proprietà delle cose che ci circondano e che siamo in grado di valutare in modo quantitativo, cioè tramite valori numerici che ne indicano una misura.

Volendo chiarire cos'è una *misura*, ci siamo imbattuti nel concetto di *grandezza fisica*, e per definire le grandezze fisiche occorre parlare di *misure*. È un po' come la vecchia storia se sia nato prima l'uovo o la gallina: come spesso succede, all'inizio di una storia c'è sempre un po' di confusione, ma tutto sarà più chiaro nelle prossime pagine.

Le lunghezze

Tornando alla nostra *lunghezza*, ora possiamo dire che essa è una grandezza fisica che rappresenta la quantità di spazio occupato da un oggetto in una data direzione.

> La **lunghezza** è la grandezza fisica che rappresenta la quantità di spazio occupato da un oggetto lungo una direzione.

Per acquisire dimestichezza con le *lunghezze*, iniziamo con il misurare la larghezza del banco, ovvero la sua dimensione lungo il lato maggiore. In Fisica, anche la larghezza appartiene alla famiglia delle *lunghezze*.

Una misura di lunghezza si effettua sempre confrontando l'estensione dell'oggetto da misurare con quella di un altro oggetto scelto come campione. Guardiamo gli oggetti che abbiamo sotto mano, sono tantissimi e, potenzialmente, tutti usabili. Dovendo pur iniziare da qualche parte, decidiamo di usare i nostri piedi, anzi le nostre scarpe.

RIMBOCCHIAMOCI LE MANICHE

Quante scarpe è largo un banco?

Procuriamoci il materiale

- Un paio di scarpe (anche se ce ne serve una soltanto)
- Un banco

All'opera!

Seguiamo l'esempio dei nostri compagni di viaggio (fig. A1.2), prendiamo una scarpa, appoggiamola sul banco per la sua lunghezza e contiamo quante volte la scarpa sta dentro al banco: otteniamo così una misura della lunghezza del banco.

A1.2 Misuriamo un banco usando una scarpa come strumento di misura.

Ragioniamoci su...

Misurare il banco non è poi così difficile: basta confrontare la lunghezza del banco con quella della scarpa.

Misurando poi con lo stesso metodo la larghezza dell'aula (fig. A1.3) potremmo anche stabilire quante file di banchi l'aula può contenere.

A1.3 Misuriamo la larghezza dell'aula usando la scarpa.

E adesso come procediamo?

Questo approccio ha però dei limiti. Se riportiamo in una tabella le varie misure ottenute dai nostri compagni, espresse in "scarpe", notiamo immediatamente un paio di ostacoli:

- le scarpe non sono tutte uguali, possono essere più lunghe o più corte, quindi molte misure sono diverse;
- le scarpe non ci permettono di ottenere una *misura precisa*.

Se volessimo condividere con altre persone il risultato delle nostre misure non potremmo certo dire che il nostro banco è lungo due scarpe *e un po'*.

La prima domanda che ci verrebbe posta, infatti, sarebbe: "Scarpe di che numero?" e la seconda sarebbe: "E *un po'* quanto?".

Le unità di misura

Il primo problema ci porta dunque a confrontarci con l'esigenza di avere un campione di misura che sia condiviso da tutti e che sia possibile comunicare ad altri senza fraintendimenti.

Si può dunque decidere di verificare quale sia la taglia delle scarpe più diffusa in classe e usare quella.

Nella nostra classe il numero di calzatura più diffuso è il 44. A questo punto dovremmo ripetere la misura dei banchi solo con scarpe numero 44, ma per non continuare a camminare scalzi e per permettere a tutti di eseguire la misura, dobbiamo inventarci qualcosa: ricaviamo uno strumento di misura basato sulla lunghezza della scarpa.

RIMBOCCHIAMOCI LE MANICHE

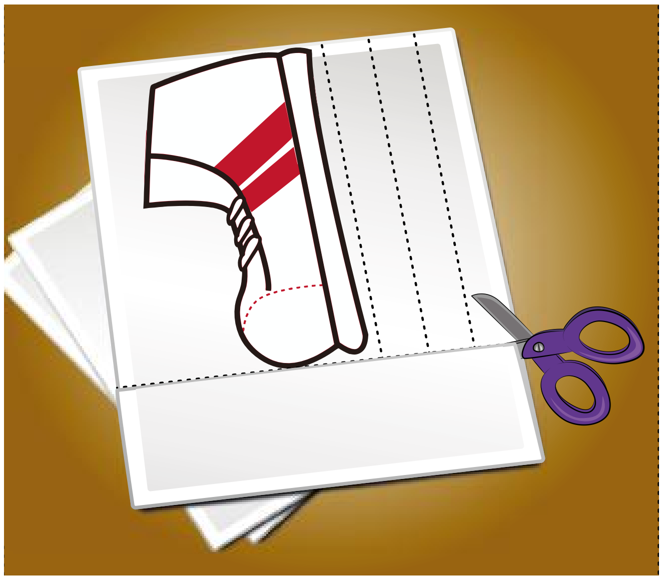
Costruiamo uno strumento di misura

Procuriamoci il materiale

- La scarpa del numero più diffuso in classe
- Alcuni fogli da disegno di formato A3
- Un paio di forbici

All'opera!

Prendiamo un foglio di carta abbastanza grande e tagliamolo in una serie di strisce della lunghezza uguale a quella della nostra scarpa (fig. A1.4). Produciamone abbastanza per tutti i compagni.



A1.4 Ricaviamo delle strisce di carta della stessa lunghezza della scarpa.

Cosa abbiamo imparato?

Anche se non sembra, abbiamo appena ottenuto molti risultati importantissimi. Vediamo quali.

Per cominciare abbiamo definito uno *strumento campione* con cui creare altri strumenti di misura tarati su quello campione.

Uno **strumento campione** è un oggetto, usato per misurare una data grandezza fisica, utilizzato come riferimento per tutti gli altri strumenti che assolvono allo stesso scopo. L'operazione di **taratura** è il procedimento di confronto di altri strumenti di misura con quello campione, così da poterli usare al suo posto.

Ma non è finita. Ora riponiamo in un posto sicuro, dove non si possa perdere o danneggiare, il nostro campione. D'ora in avanti per eseguire le misure useremo gli strumenti da esso derivati.

Se dovessimo perdere o danneggiare tutte le nostre strisce di carta, potremo sempre ricavarne altre dal campione originario, con buona pace del compagno che ci ha rimesso una scarpa.

Quando dovremo comunicare ad altri le nostre misure potremo dire, ad esempio, che i nostri banchi, tralasciando per il momento la parte eccedente, sono lunghi 2 *scarpe n. 44*.

Abbiamo appena definito *un'unità di misura* per le lunghezze, la *scarpa n. 44*.

Si definisce **unità di misura** una grandezza assunta come campione e termine di confronto per la misurazione di tutte le grandezze a essa confrontabili.

Se qualche altro compagno volesse eseguire delle misure di lunghezza a noi comprensibili dovrà semplicemente avere cura di effettuarle usando a sua volta la nostra stessa *unità di misura*.

D'ora in poi, tutte le volte che comunicheremo o scriveremo una misura, dovremo ricordarci che essa è *sempre* composta da due parti: un valore numerico e l'unità di misura che stiamo usando:

Misura = *Valore misurato* + Unità di misura

Storicamente, per la definizione delle unità di misura, le cose non sono andate molto diversamente da quanto esposto.

Ci si è accordati su un oggetto adatto per essere usato come unità di misura campione, da confrontare con l'oggetto o la quantità da misurare.

Per praticità si sono quindi fatte delle copie, dette *strumenti di misura*, tarate sul campione originale.

E adesso come procediamo?

Rimane irrisolto un problema: il nostro strumento di misura non è completamente adatto allo scopo.

I nostri banchi, come abbiamo visto, sono un po' più lunghi di 2 scarpe n. 44, ma come ci regoliamo con la parte eccedente?

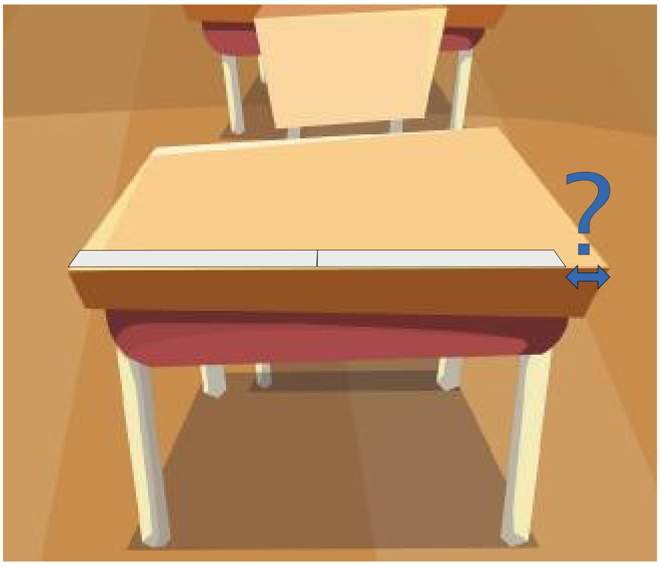
Risolveremo subito anche questo problema parlando di *sottomultipli* di un'unità di misura.

La nostra unità di misura è anche poco pratica per misurare grandi distanze, questo lo risolveremo invece con i suoi *multipli*.

A1.2 Multipli, sottomultipli e il sistema metrico decimale

I sottomultipli e la sensibilità di uno strumento

Misurando la lunghezza del banco, abbiamo visto un primo limite dell'unità di misura da noi definita, la *scarpa n. 44*: il banco è un po' più lungo di *due scarpe n. 44*, ma quanto più lungo non possiamo quantificarlo (fig. A1.5).



A1.5 Misurando il banco con la striscia di carta ne avanza un pezzo, come ci regoliamo?

Ovviare a questo problema non è difficile, prendiamo la striscia di carta appena ricavata e tracciamo una linea che la divida in due parti. Tracciamo quindi altre due linee che dividano le due metà in altre due parti uguali.

Abbiamo ottenuto dei *sottomultipli* della nostra unità di misura, rispettivamente metà di una *scarpa n. 44*:

$$\frac{1}{2}\ \textit{scarpa n. 44}$$

e un quarto:

$$\frac{1}{4}\ \textit{scarpa n. 44}$$

Continuando in questo modo, possiamo ottenere ulteriori sottomultipli suddividendo il nostro strumento in modo sempre più fine: 1/8 *scarpa n. 44*, 1/16 *scarpa n. 44* e così via.

Abbiamo ottenuto uno strumento di misura più *sensibile* rispetto a quello da cui eravamo partiti.

La **sensibilità** di uno strumento è la minima variazione di una grandezza fisica che lo strumento può misurare.

Se ora proviamo a ripetere la nostra misura del banco, otteniamo che esso è lungo:

$$L_{banco\,1}=\left(2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)scarpe\ n.44$$

semplificando, si ottiene:

$$L_{banco\,1}=\left(2+\frac{5}{8}\right)scarpe\ n.44$$

Come spesso capita, i banchi, anche se molto simili, non sono tutti uguali, soprattutto se andiamo a confrontare quelli di aule o scuole diverse. Supponendo che gli alunni della classe a fianco alla nostra ci portino i loro risultati, potremmo trovare che i loro banchi sono lunghi invece:

$$L_{banco\,2}=\left(2+\frac{7}{16}\right)scarpe\ n.44$$

Qual è il più lungo? Il nostro, basta eseguire il calcolo:

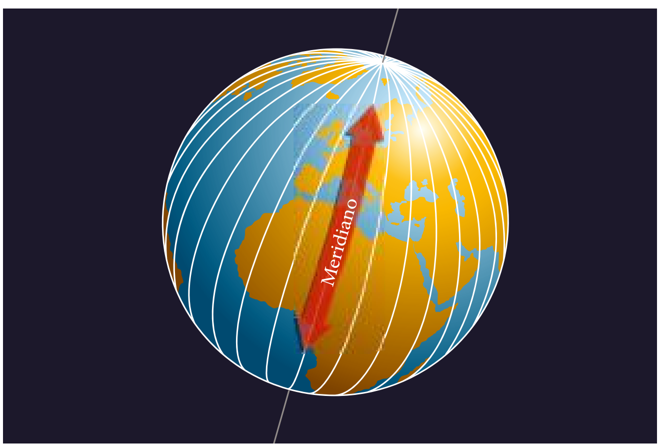
$$\begin{cases} L_{banco\,1}=\dfrac{21}{8}scarpe\,n.44 \\ L_{banco\,2}=\dfrac{39}{16}scarpe\,n.44 \end{cases} \Rightarrow \frac{21}{8}>\frac{39}{16} \Rightarrow \frac{42}{16}>\frac{39}{16}$$

a occhio, però, non è così evidente se non si è allenati con le frazioni. A questo punto ci rendiamo conto che la nostra unità di misura è certamente adatta a eseguire misure di lunghezza, ma sicuramente non è molto comoda da utilizzare, soprattutto se vogliamo eseguire dei confronti.

Il metro e il sistema decimale

Alcune unità di misura, ancora in uso in molti paesi, hanno avuto un'origine simile a quella inventata da noi.

In Fisica e in Ingegneria si è però deciso di optare per un'unità di misura delle lunghezze più comoda e che conoscete sicuramente: il "metro", che nelle formule si indica con la lettera "m" minuscola.



A1.6 La prima definizione del metro si basava sulla suddivisione del meridiano terrestre.

Il metro venne introdotto per la prima volta in Francia nel 1791, definito come una lunghezza pari a 1/10 000 000 del quarto del meridiano terrestre passante per Parigi, una raffigurazione del meridiano in questione è visibile nella figura A1.6, per capire in dettaglio cosa sia un **meridiano** vi rimandiamo al paragrafo A1.4 ("Le coordinate geografiche").

Nel corso della storia sia la definizione teorica sia i campioni di riferimento del metro hanno subito molte variazioni, quella attuale sarà affrontata nell'unità A2, ma per gran parte della sua storia, il campione di riferimento è consistito in una barra di Platino Iridio, conservata proprio in Francia, a Parigi. Copie fedeli di riferimento vennero prodotte e conservate in altri luoghi, uno dei quali si trova in Italia a Torino.

Multipli e sottomultipli nel sistema metrico decimale

La vera innovazione avvenuta con l'introduzione del metro, più che l'adozione di quella particolare lunghezza, fu la decisione di adottare il *sistema decimale* per la definizione di **multipli** e **sottomultipli** nelle unità di misura.

Per ottenere i *sottomultipli* che servono, anziché dividere il campione per due, come fatto da noi per semplicità, lo si divide in dieci parti, ottenendo il *deci*metro, che a sua volta si può dividere in altre dieci parti, ottenendo il *centi*metro e così via.

A1.7 Placca metrica a uso pubblico.

Come per tutti i grandi cambiamenti, anche il passaggio al sistema metrico decimale non fu indolore, in molti luoghi vennero affisse tabelle di conversione, come quella rappresentata nella **figura A1.7**, per aiutare le persone ad abituarsi alla novità.

Quando invece trattiamo lunghezze troppo grandi per essere rappresentate comodamente con il nostro campione (pensiamo alla distanza tra due città), useremo i *multipli* dell'unità di misura. Nel caso del metro, moltiplicando per dieci o per cento otterremo rispettivamente il *deca*metro e l'*etto*metro, molto poco usati nella pratica; moltiplicando per mille otterremo il *kilo*metro [km], che invece è molto usato.

La **tabella A1.1** riporta il fattore di moltiplicazione e i prefissi da applicare al nome dell'unità di misura quando utilizziamo multipli o sottomultipli.

Tabella A1.1 Elenco dei fattori di moltiplicazione e dei prefissi da applicare al nome dell'unità di misura quando utilizziamo multipli o sottomultipli

Fattore di moltiplicazione	Prefisso	
	Nome	Simbolo
1 000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{24}	yotta	Y
1 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{21}	zetta	Z
1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	exa	E
1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	peta	P
1 000 000 000 000 = 10^{12}	tera	T
1 000 000 000 = 10^{9}	giga	G
1 000 000 = 10^{6}	mega	M
1 000 = 10^{3}	kilo	k
100 = 10^{2}	etto	h
10 = 10^{1}	deca	da
1 = 10^{0}		
0,1 = 10^{-1}	deci	d
0,01 = 10^{-2}	centi	c
0,001 = 10^{-3}	milli	m
0, 000001 = 10^{-6}	micro	μ
0, 000000001 = 10^{-9}	nano	n
0, 000 000 000 001 = 10^{-12}	pico	p
0, 000 000 000 000 001 = 10^{-15}	femto	f
0, 000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	atto	a
0, 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-21}	zepto	z
0, 000 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-24}	yocto	y

Nella **tabella A1.1**, all'interno della colonna riportante i fattori di moltiplicazione, notiamo una convenzione molto usata: quando i numeri diventano molto grandi o molto piccoli è comodo scriverli avvalendosi della *notazione esponenziale*. In pratica, si esprimono i numeri utilizzando il loro equivalente in potenze di dieci[i].

Ad esempio per quanto riguarda la distanza media tra la Terra e il Sole, anziché scrivere che essa vale:

$$D_{Terra,Sole} = 149\,000\,000\,000 \text{ m}$$

scriveremo:

$$D_{Terra,Sole} = 149 \cdot 10^9 \text{ m} = 1{,}49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

che rende la scrittura più concisa. Ci renderemo inoltre conto come, una volta imparato ad usarla, i calcoli si semplifichino e rischieremo meno sbagli. Tornando alla misura del nostro banco, se ci dotiamo di un metro (qualsiasi tipo andrà bene) vedremo che esso è lungo circa 70 cm, facile da comunicare ad altri, visto che siamo tutti d'accordo su cosa sia un metro.

Confrontando i due banchi di lunghezza leggermente diversa di cui abbiamo scritto sopra otterremo:

$$L_{banco\,1} = 73{,}5 \text{ cm}$$

$$L_{banco\,2} = 68{,}25 \text{ cm}$$

Riconoscendo immediatamente il più lungo, senza nessuna fatica. Il metro è dunque un'unità di misura decisamente più adatta rispetto alla nostra e, d'ora in poi, anche noi ci adegueremo ad utilizzarla.

i Per una spiegazione dettagliata della conversione si veda la rubrica "La matematica utile" alla fine di questa unità.

PER I PIÙ CURIOSI
Le unità di misura Imperiali

La nostra unità di misura di fantasia, la *scarpa n. 44* e i suoi sottomultipli frazionari, non sono poi così irrealistici.

Esiste un sistema di misura per molti versi simile, le *unità imperiali*, ancora in uso in molti Paesi.

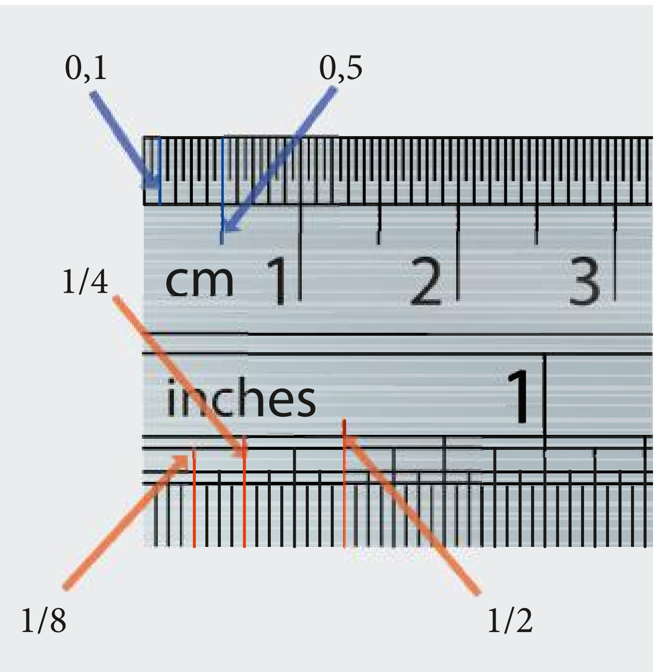
Questo sistema prende come riferimento alcune unità di lunghezza tratte dalle misure di alcune parti del corpo umano, ad esempio:

- il *pollice* (in inglese *inch*), pari a 25,4 mm;
- il *piede* (in inglese *foot*), pari 304,8 mm.

Come evidenziato nella **figura A1.8**, i sottomultipli di queste unità sono espressi come valori frazionari.

Queste unità, ufficialmente abbandonate, sono ancora in uso nei Paesi anglosassoni e non è raro nella pratica incontrale nel nostro Paese in alcuni campi, ad esempio per la misura del diametro delle tubazioni o delle dimensioni di monitor, così come per indicare le dimensioni caratteristiche di molti strumenti musicali, ad esempio il diametro dei tamburi.

La differenza più importante tra le misure imperiali e quelle metriche è la suddivisione dei sottomultipli, frazionaria nel primo caso e decimale nel secondo.



A1.8 Confronto tra centimetri e pollici.

A1.3 La misura del tempo

Insieme alla lunghezza, esiste un'altra importante grandezza fisica con cui ci confrontiamo continuamente, qualsiasi cosa facciamo, anche quando non stiamo facendo assolutamente nulla: il **tempo**.

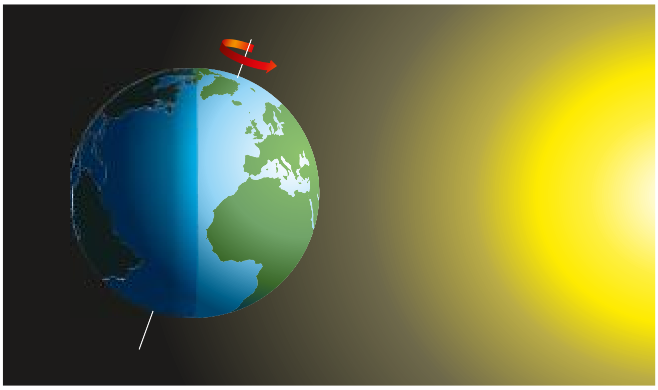
Dare una definizione del concetto di tempo non è un'impresa facile, anzi probabilmente il tempo è una di quelle cose che, sebbene ci siano chiarissime a livello intuitivo, diventano un vero rompicapo quando ci azzardiamo a cercarne una buona definizione.

Il tempo scorre, passa, continuamente. "Fugge", dicevano gli antichi.

Come abbiamo visto, *misurare*, *quantificare*, *confrontare* e *avere dei punti di riferimento* sono esigenze che gli uomini hanno sempre avuto. Questa esigenza è nata presto anche per quanto riguarda il tempo.

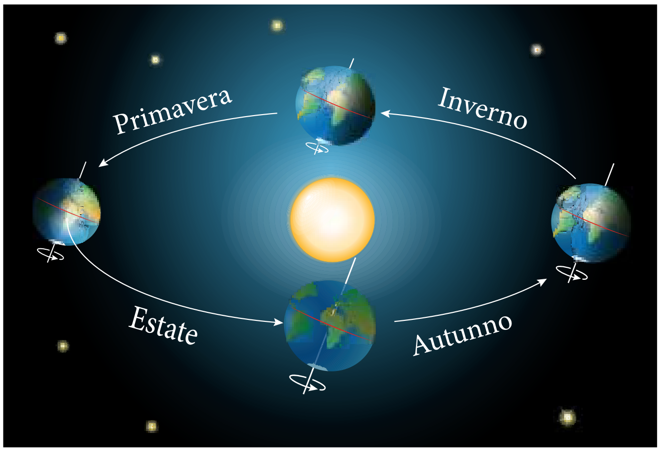
Tutte le volte che ci si accorgeva che un qualche fenomeno richiedeva per compiersi una certa quantità di tempo, sempre quella, si è iniziato ad attribuire un determinato nome a quel periodo.

La Terra ruota attorno al proprio asse, impiegando una certa quantità di tempo per effettuare una rotazione completa; l'alternarsi di periodi di illuminazione e di buio, dovuto a tale rotazione diede origine alla più naturale delle unità di misura del tempo: il **giorno**.



A1.9 L'alternarsi di periodi di illuminazione e di buio, dovuto alla rotazione terrestre attorno al proprio asse.

Abbiamo poi chiamato **anno** la quantità di tempo che la Terra impiega a compiere un giro completo (detta *orbita* in termini tecnici) attorno al Sole. L'uomo primitivo, e non solo lui, non aveva le idee molto chiare su questo *moto di rivoluzione*, ma esso era responsabile dell'alternarsi ciclico e sempre uguale delle stagioni. Poco importa cosa le causasse, l'intervallo con cui si ripetevano era sufficientemente regolare da essere un buon campione per la misura del tempo. Nella **figura A1.10** notiamo come la posizione della Terra nel suo moto di rivoluzione attorno al Sole influenzi le stagioni.



A1.10 L'alternanza delle stagioni, dovuta alla rivoluzione del nostro pianeta attorno al Sole, diede origine al concetto di anno.

Abbiamo dunque iniziato a confrontare la durata delle nostre attività con questi fenomeni di durata nota. Se ricordiamo cosa abbiamo fatto con le lunghezze, possiamo vedere che questo è proprio definire delle unità di misura, ad esempio il *giorno* e l'*anno,* ottenute tramite dei campioni di riferimento: rispettivamente il tempo di rotazione della Terra attorno al proprio asse e il tempo di percorrenza di un'orbita attorno al Sole. Il tutto senza aver mai risposto alla domanda di partenza su cosa sia il tempo.

Non è un caso se molte delle unità di misura più antiche hanno origine nell'osservazione dei *fenomeni astronomici*, vale a dire quelli che riguardano i corpi celesti. Gli uomini, in ogni parte del globo avevano sotto gli occhi, o meglio sopra le loro teste, gli stessi fenomeni, con le stesse durate. Così, da quando si ha memoria, un giorno o un anno sono uguali per tutti. Nel corso della storia si è resa più precisa la definizione di questi intervalli, ma non ci sono stati grossi sconvolgimenti o disaccordi.

Per ottenere una granularità più fine, il giorno è stato poi diviso in 24 ore, che a loro volta sono state divise in 60 minuti ciascuna, e ogni minuto è stato diviso in 60 secondi.

Le origini storiche di queste suddivisioni sono complesse, ma vennero rispettate anche quando si decise di formalizzare l'unità di misura fondamentale della durata di un intervallo di tempo: il *secondo,* indicato nelle formule con la lettera "s" minuscola.

Un **secondo** è pari a 1/86 400 volte la durata media di un giorno solare.

Infatti, 1 ora è composta da 60 minuti, ogni minuto è composto da 60 secondi, che porta un'ora a essere composta da $60 \cdot 60$ secondi $= 3600$ secondi. Un giorno è composto da 24 ore, pari dunque a $24 \cdot 3600$ secondi $= 86\,400$ secondi.

E tutt'oggi, nella pratica, almeno fino ad arrivare ai secondi, il tempo si misura con questo misto di sistema, un po' in *base* 12 e un po' in *base* 60.

Questi intervalli di tempo erano infatti troppo diffusi, radicati, e in fondo comodi, per abbandonarli e sostituirli integralmente con un sistema a base decimale come avvenne per il metro.

Quindi, anche se *ufficialmente* i multipli del secondo seguono le stesse regole che abbiamo già visto per il metro, ben raramente capiterà di trovare espresse grandezze temporali in questa forma. Difficilmente ci troveremo a confrontarci con ettosecondi [hs], kilosecondi [ks], megasecondi [Ms] o qualcuno degli altri multipli possibili del sistema decimale.

Il sistema a base decimale è invece usato sia ufficialmente, che nella pratica, per i sottomultipli del secondo: abbiamo quindi il decimo di secondo, il centesimo di secondo e così via.

La tabella A1.2 riassume i principali multipli e sottomultipli del secondo utilizzati nella pratica e in questo libro. Notiamo come il sistema decimale sia riservato ai sottomultipli del secondo mentre, per le ragioni storiche precedentemente espresse, si siano mantenute per le durate superiori le grandezze di uso comune.

Tabella A1.2 Unità di misura del tempo nella pratica

Denominazione	Durata in secondi e notazione esponenziale	
Anno	31 556 926,08 s	$3{,}1556 \cdot 10^7$ s
Giorno	86 400 s	$8{,}64 \cdot 10^4$ s
Ora	3 600 s	$3{,}6 \cdot 10^3$ s
Minuto	60 s	$6 \cdot 10^1$ s
Secondo	1 s	10^0 s
Decimo di secondo	0,1 s	10^{-1} s
Centesimo di secondo	0,01 s	10^{-2} s
Millesimo di secondo	0,001 s	10^{-3} s

Come misurare il tempo

La misura del tempo ha sempre avuto molta importanza pratica per l'umanità. Un'accurata misura del tempo poteva, e in molti campi può ancora, diventare una questione di vita o di morte.

Non è un'esagerazione: sbagliare a valutare il tempo restante prima del tramonto poteva significare ritrovarsi nell'oscurità in posti pericolosi, come il pendio di una montagna. I marinai, prima dell'invenzione del GPS[ii], potevano basarsi solo sull'osservazione delle stelle per stimare la propria posizione, ma questo permetteva loro di capire solo a che latitudine si trovassero, una stima della longitudine poteva invece essere effettuata solo conoscendo esattamente quanto tempo era trascorso da quando si era lasciata la terraferma[iii].

Proprio per queste ragioni gli strumenti di misura del tempo, detti *orologi*, sono sempre stati fonte di studio e continui perfezionamenti.

I primi strumenti di misura del tempo furono le meridiane, strumenti basati sullo spostamento dell'ombra di un oggetto su una superficie causato dal moto apparente del Sole, e in una continua corsa al perfezionamento, siamo arrivati ai moderni orologi al quarzo e agli orologi atomici usati per fornire l'odierno campione di riferimento dell'unità fondamentale, il secondo.

PER I PIÙ CURIOSI
Dalle meridiane all'orologio atomico

I primi orologi usati nella storia furono le *meridiane*. Una semplice meridiana si può ottenere tramite un bastone conficcato verticalmente nel terreno, o su un muro: il movimento dell'ombra del bastone scandisce il passare del tempo, permettendo di determinare l'ora del giorno tramite opportuni segni disegnati sul terreno o, più in generale, sul *quadrante* della meridiana. Esse sono note fin dall'antichità, ma hanno l'evidente svantaggio di poter essere usate solo durante il giorno e quando non ci sono nuvole. Se non sapete come sia fatta una meridiana, ne potete osservare un esempio nella **figura A1.11**.

A1.11 Le meridiane sono state tra i primi strumenti utilizzati per la misura del tempo.

Successivamente ci fu l'introduzione delle *clessidre*, originariamente *ad acqua* e in seguito *a sabbia*, in cui il flusso regolare di un liquido (o di granelli di sabbia) tra due recipienti permetteva di stimare, in modo anche abbastanza preciso, il trascorrere del tempo. Come illustrato da Emma (**fig. A1.12**), la clessidra misura la durata di un intervallo di tempo, confrontandola con la quantità di tempo necessaria al materiale contenuto in un recipiente per travasarsi nell'altro.

A1.12 La clessidra permette di misurare intervalli di tempo.

In epoca più recente, si iniziarono a costruire orologi meccanici, che permettevano di misurare il tempo con precisione ed essere anche trasportati a bordo delle navi, per stimare con precisione la posizione della nave in alto mare. Fu proprio questa l'applicazione pratica che maggiormente spinse a migliorare gli orologi, che passarono dai voluminosi *pendoli* ai moderni *cronografi*. Con l'introduzione della moderna elettronica, i componenti meccanici vennero sostituiti dagli *orologi al quarzo*, dispositivi basati sulla caratteristica di alcuni materiali di vibrare in modo regolare nel tempo quando sottoposti a condizioni elettriche opportune.

Il tipo di orologio di più recente introduzione è infine quello *atomico:* esso è un dispositivo molto complesso, che sfrutta le caratteristiche di vibrazione degli atomi di *Cesio*. Non è certamente un orologio comune, e il suo utilizzo è limitato a pochi laboratori come riferimento per fornire l'ora esatta. Uno di questi dispositivi, che fornisce l'ora ufficiale per l'Italia, è in funzione a Torino presso l'Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (INRIM).

ii Global Positioning System: un sistema di satelliti che permette a dispositivi, come i nostri smartphone, di conoscere con notevole precisione la posizione sulla superficie terrestre.

iii Latitudine e longitudine verranno trattate nel **paragrafo A1.4**.

Il principio fisico su cui si basano questi orologi è anche alla base della moderna definizione del *secondo*:

Un **secondo** è definito come la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini, da (F = 4, MF = 0) a (F = 3, MF = 0), dello stato fondamentale dell'atomo di cesio – 133.

Una definizione molto complessa, la cui spiegazione va ben oltre gli obiettivi di questo testo, ma merita almeno citarla per dare l'idea di quanto impegno si è messo per definire con estrema precisione l'unità di misura del tempo.

Si può dunque affermare che l'evoluzione dell'orologio è andata di pari passo con la comprensione dei fenomeni studiati dalla fisica.

I sistemi di numerazione in base 60 e in base 12

Il sistema di misura del tempo vanta, nella pratica, una peculiarità rispetto a quanto visto per il metro e a quanto vedremo per le altre grandezze fisiche: alcuni multipli di uso comune dell'unità fondamentale non sono espressi in base dieci: ad esempio un minuto è composto da 60 secondi e 60 minuti formano un'ora.

Le origini del sistema di numerazione in base 60, o *sessagesimale*, sono molto antiche, risalgono ai Sumeri e arrivano a noi attraverso la cultura Babilonese e quella Greca. Le motivazioni all'origine di tale modo di contare sono per lo più avvolte dal mistero, forse nacquero da ragioni astronomiche, forse da ragioni pratiche ormai sconosciute, fatto sta che tutt'oggi continuiamo a utilizzare la base 60 in molti campi, oltre che nella misura del tempo; anche le coordinate del globo terrestre e, in generale, le misure degli angoli in gradi sono espresse in base 60.

Le ragioni per cui continuiamo con questa tradizione sono squisitamente pratiche: quando dobbiamo dividere un cerchio in parti, il 60 diventa un numero comodo.

Una circonferenza è facile da dividere in 6 settori con angoli al centro di 60 gradi ciascuno, per un totale di 360 gradi. Il numero 60 poi è divisibile per 2, 3, 5, 6, 12, 15 e 30, il che lo rende molto comodo nei conti.

La misura del tempo, almeno sulla scala del giorno e dell'anno, è originata dall'osservazione di fenomeni ciclici dovuti alla rotazione della Terra sul suo asse o attorno al Sole, questo ha portato alla costruzione di quadranti circolari per gli orologi, rimane quindi naturale l'uso della base 60, adatta alle suddivisioni di una circonferenza, per questo genere di misure.

A1.4 I sistemi di riferimento

Lunghezze e **tempi** sono concetti che rappresentano realtà fisiche che *vivono,* per modo di dire, attorno a noi. Abbiamo introdotto le lunghezze per misurare i banchi della nostra classe e il tempo per quantificare la durata delle nostre azioni, ad esempio quanto tempo occorre per passare dalla lezione di Fisica e quella di Italiano. Tempi e lunghezze hanno spesso utilità pratica solo quando vengono messi in relazione e rappresentati nell'ambiente che ci circonda. Per fare questo serve conoscere i cosiddetti "sistemi di riferimento".

Un **sistema di riferimento** è una rappresentazione astratta dello spazio e del tempo in cui eseguiamo le misure dei fenomeni fisici che ci interessa studiare.

Proviamoci insieme

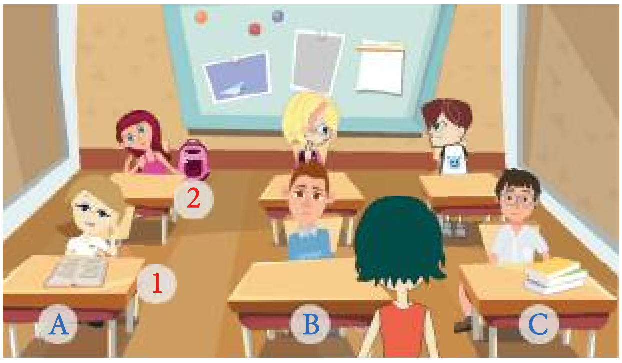
Inventiamo un sistema di riferimento

Siamo a inizio anno e, che ci crediate o no, molti docenti faticano a ricordare i nomi di tutti gli studenti. Come possiamo aiutare il professore di Fisica a chiamare uno studente per interrogarlo se non si ricorda ancora il suo nome?

C'è un modo semplice. Decidiamo che le file di banchi sono etichettate con le lettere dell'alfabeto, da sinistra a destra avremo la A, la B e così via…

Le *righe* saranno invece identificate dai numeri: 1, 2, 3 ecc…

A questo punto, ogni banco sarà identificato da una lettera e da un numero, come schematizzato nella figura A1.13.



A1.13 Abbiamo definito un sistema di riferimento per identificare un banco all'interno della classe.

Al professore, basterà ora chiamare lo studente del banco C3, anche se non ricorda il suo nome. Quello che abbiamo appena fatto è stato definire un *sistema di riferimento* utile al nostro scopo.

Un sistema di riferimento simile è in uso nel *gioco degli scacchi* per identificare le caselle sulla scacchiera (**fig. A1.14**), così come nel gioco della *battaglia navale*.

A1.14 La scacchiera del gioco degli scacchi è dotata di un sistema di riferimento.

I sistemi di coordinate

In Fisica è importante rappresentare il problema di cui ci si sta occupando, a volte può essere divertente farlo con veri e propri disegni; ma è più corretto che i problemi vengano rappresentati su dei grafici, utilizzando gli strumenti messi a disposizione dalla matematica e dalla geometria.

In particolare, ogni qualvolta si vogliono identificare punti, rette o qualsiasi altro luogo geometrico in un grafico, diventa indispensabile dotarsi di un *sistema di coordinate*.

Si definisce **sistema di coordinate** un sistema di riferimento basato su *coordinate* che permetta di individuare la posizione di un oggetto in uno spazio.

Un sistema di coordinate è costituito dall'insieme di un punto arbitrario, detto *origine* O, e di un sistema di assi rispetto ai quali misurare gli spostamenti.

In base al numero di coordinate usate, si ottiene uno specifico sistema di riferimento, come indicato nella **tabella A1.3**.

Tabella A1.3 Legame tra numero di coordinate utilizzate e nome del sistema di riferimento

Numero coordinate	Nome sistema di riferimento
1	Unidimensionale o monodimensionale
2	Bidimensionale
3	Tridimensionale

Esistono molti possibili sistemi di coordinate, ma noi ci limiteremo a quelli più importanti.

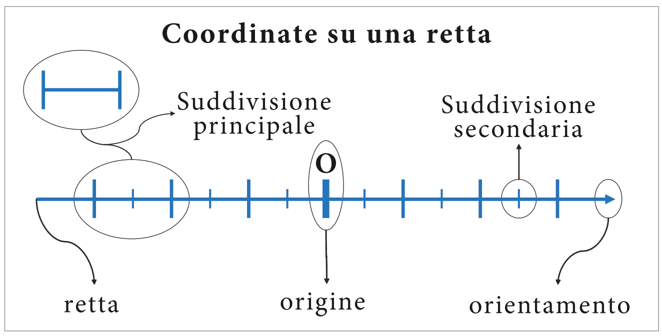
Coordinate su una retta

Un sistema di riferimento lineare, quello che vive su una retta, è composto da una *retta orientata*, ovvero con una freccia che ne indica il verso positivo[iv], e un'*origine*, solitamente denominata O.

Dopo aver stabilito un'unità di misura, che può esser indicata vicino alla retta stessa, e la *scala di suddivisione*[v] del grafico, segniamo ogni unità della scala principale con un trattino.

È possibile fare quindi suddivisioni più fini della scala principale dividendola in due o più parti che indicheranno la scala secondaria, ovvero un *sottomultiplo* (**fig. A1.15**).

Tipicamente la **scala di suddivisione** coincide con l'*unità di misura* della grandezza che stiamo trattando, ma non è obbligatorio. Supponiamo di rappresentare le distanze espresse in km tra varie città: l'unità di misura è il km, ma potremmo decidere di mettere una tacca principale ogni 100 km e una tacca secondaria ogni 10 km.



A1.15 Rappresentazione di un sistema di riferimento su una retta o unidimensionale.

Se identifichiamo un punto sulla retta, la **distanza del punto dall'origine** è la **coordinata del punto**.

Proviamoci insieme

Punti su una retta

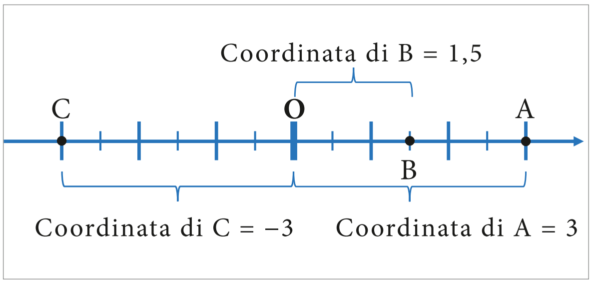
Proviamo a identificare i seguenti punti sulla retta:
$A = 3$ che leggiamo: punto A di coordinata 3; $B = 1{,}5$ e $C = -3$

iv In Fisica verso e direzione non sono sinonimi e sono concetti molto importanti che approfondiremo in seguito.

v Potrà capitare per brevità di chiamare la *scala di suddivisione* semplicemente *scala*. Dobbiamo però fare attenzione a non confonderci con il concetto di *scala di rappresentazione* di un disegno, cioè il rapporto di quanto disegnato sulla carta con le dimensioni dell'oggetto nel mondo reale.

Calcoliamo poi la distanza tra A e B e quella tra A e C.

Il problema è schematizzato nella **figura A1.16**.



A1.16 La distanza di un punto dall'origine ne identifica la coordinata.

I punti che si trovano nella semiretta positiva (quella con la freccia) avranno coordinate positive, mentre quelli posizionati nella semiretta negativa avranno coordinate negative.

! Notiamo che mentre in Matematica le rette sono sempre parallele ai lati del foglio e orientate verso destra o verso l'alto, in Fisica questo criterio non è necessariamente vero. Capita di dover impostare un verso e una direzione in modo differente ed è opportuno non dare nulla per scontato.

Un primo vantaggio pratico di un sistema di coordinate è che possiamo calcolare agevolmente la distanza tra due punti.

La distanza tra A e B è data dalla relazione:

$$AB = A - B = 3 - 1,5 = 1,5$$

La distanza tra A e C è:

$$AC = A - C = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$$

Trattando problemi di Fisica, ricordiamoci che la distanza tra A e B, non è proprio uguale alla distanza tra B e A: spesso muovere Maometto o muovere la montagna fa la sua bella differenza e la distanza tra B e A sarà:

$$BA = B - A = 1,5 - 3 = -1,5$$

Uguale in valore assoluto (ovvero il valore numerico), ma di segno opposto.

Questo indica il verso del moto.

Lo sappiamo istintivamente: andare in vacanza o tornare dalla vacanza, anche se la strada è la stessa, non sono la stessa cosa.

Coordinate cartesiane sul piano

Se i punti si trovano su un piano, quello che si è solito fare è impostare un *riferimento cartesiano ortogonale*. Una terminologia difficile per indicare una cosa molto simile a ciò che abbiamo fatto per etichettare i banchi della classe o, se siamo pratici di computer, per orientarci in un foglio "Excel".

Analizziamo il significato delle parole: il *sistema di riferimento* sappiamo già cosa sia. Dicendo **ortogonale** indichiamo che trovandoci su un piano, per identificare la posizione di un oggetto avremo bisogno di due rette e che queste saranno tra di loro *ortogonali*, ovvero si incroceranno nell'origine, formando quattro angoli retti.

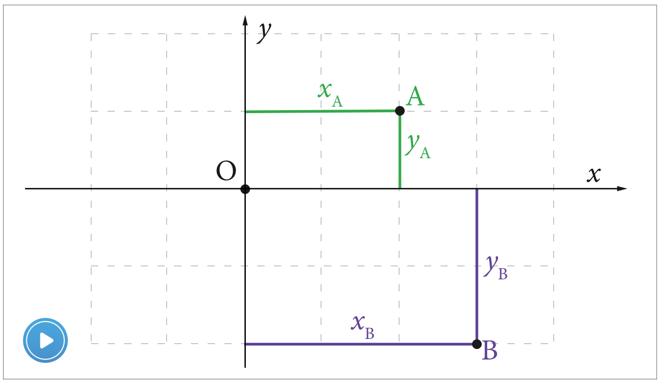
Il termine **cartesiano** infine è usato per omaggiare Renato Cartesio, che per primo lo introdusse nei suoi studi.

Ora vediamo come costruire un riferimento cartesiano: prendiamo due rette orientate, ortogonali tra loro, e posizioniamole in modo che si incontrino nell'origine O.

Siccome l'origine è sempre l'intersezione degli assi, possiamo trascurare di indicarla esplicitamente con la lettera O.

L'asse orizzontale viene detto delle *ascisse*, quello verticale delle *ordinate*.

Per un punto sul piano avremo due coordinate, la prima indica la distanza del punto dall'origine lungo l'asse delle ascisse, la seconda la distanza del punto dall'origine lungo l'asse delle ordinate.



A1.17 Le coordinate di due punti su un piano cartesiano.

Proviamoci insieme

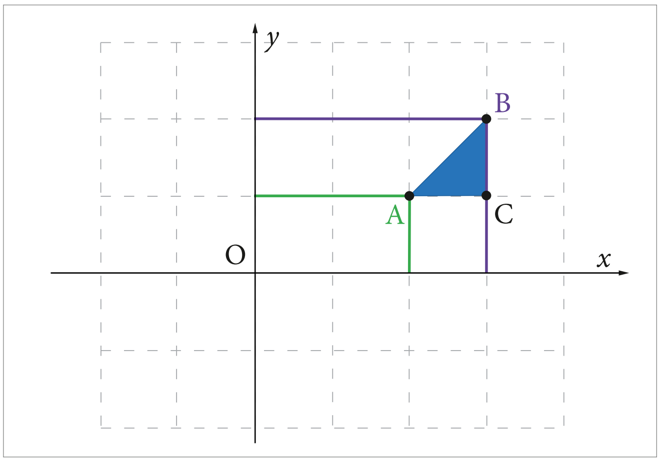
Punti sul piano

Identifichiamo sul piano un punto A(2;1) che si legge: punto A di coordinate 2 e 1, e un punto B(3;–2), di coordinate 3 e –2. Calcoliamone anche la distanza.

Notiamo che l'ordine con cui si indicano le coordinate è importante: il primo numero indica le ascisse, il secondo le ordinate.

In Matematica siamo abituati a indicare gli assi dicendo che x è sempre la coordinata delle ascisse e y quella delle ordinate, inoltre, queste due variabili indicano delle generiche grandezze, che non hanno un'unità di misura fisica, ma una generica scala di misura indicata a lato del grafico e che, per una più facile visualizzazione del problema, è uguale per entrambi gli assi. Infine, sempre in Matematica, l'asse delle ascisse ha sempre il verso positivo verso destra, mentre quello delle ordinate verso l'alto.
In Fisica, invece, gli **assi cartesiani** indicheranno delle misure di grandezze fisiche, spesso diverse tra ascisse e ordinate, per cui non è necessario che la scala e le unità di misura siano uguali per i due assi. Per lo stesso motivo, a volte, sarà più comodo scegliere come verso positivo quello diretto in basso per le ordinate piuttosto che la sinistra per le ascisse.

Sul piano, il calcolo della distanza tra due punti è meno immediato: consideriamo il triangolo rettangolo ABC e calcoliamo la lunghezza dei lati.



A1.18 Il calcolo delle distanze su un piano si riconduce al calcolo dei lati di un triangolo.

Osserviamo la figura A1.18, per il lato AC possiamo fare il ragionamento della distanza su una retta:

$$AC = x_C - x_A = 3 - 2 = 1$$

Anche per il lato CB possiamo fare analogo ragionamento, anche se lungo l'asse delle ordinate:

$$CB = y_B - y_C = 2 - 1 = 1$$

Notiamo che il lato AB corrisponde all'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC per cui, usando il teorema di Pitagora abbiamo:

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

Sostituendo le coordinate alle distanze, possiamo scrivere la formula generale:

$$AB = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$$

Per chi provasse a fare i conti e non capisse che fine abbia fatto C:

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{\left(x_C - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_C\right)^2}$$

osserviamo il grafico e notiamo che $x_B = x_C$ e $y_A = y_C$:

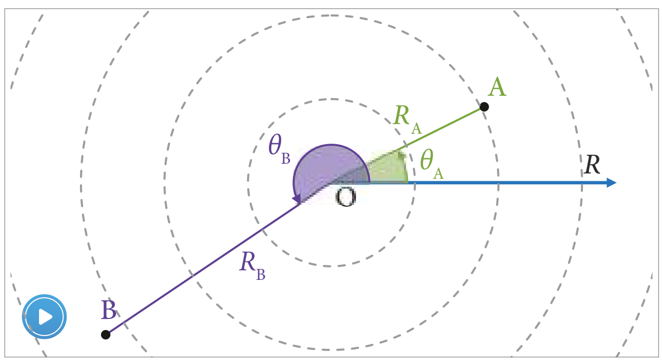
$$AB = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$$

in cui, cosa molto comoda, non compaiono più le coordinate del punto C.

Coordinate polari sul piano

Per identificare un punto del piano abbiamo visto che servono due coordinate, nel sistema cartesiano queste sono le ascisse e le ordinate. Anche se il più famoso, quello cartesiano non è l'unico sistema di coordinate possibile. Quando lo spazio in cui ci muoviamo è una circonferenza oppure una sfera, è più comodo usare un sistema di coordinate diverso, chiamato *polare*.

Le *coordinate polari* sono sempre un sistema di due coordinate, la posizione di un punto sarà però espressa in funzione di due coordinate diverse da x e y, che chiameremo R e θ, dove quest'ultima è la lettera greca *teta* minuscola. Per meglio capire cosa rappresentano queste due nuove coordinate osserviamo la figura A1.19.



A1.19 Il sistema di coordinate polari identifica un punto tramite un angolo θ e una distanza R.

Le coordinate polari sono costruite usando un punto detto *polo* (corrispondente all'origine O) e un semiasse orientato (corrispondente al semiasse positivo delle ascisse).

La coordinata R corrisponde alla distanza del punto dal polo, mentre θ è l'angolo che R forma con il semiasse.

R è un numero reale positivo; l'angolo θ può variare all'interno dell'angolo giro: $0 \leq \theta < 360°$.

Passare da un sistema di coordinate all'altro è sempre possibile, ma richiede competenze matematiche che non abbiamo ancora nella nostra cassetta degli attrezzi.

Siccome nei problemi che affronteremo la tipologia di coordinate sarà scelta in modo funzionale al problema, non avremo nessuna necessità di passare da un sistema all'altro, ci limitiamo dunque a osservare che, usando il teorema di Pitagora, si può scrivere:

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

tralasciamo invece la conversione dell'angolo θ, per la quale servirebbe la conoscenza di un'arte oscura, nota come *Trigonometria*, di cui farete conoscenza solo negli anni a venire.

PER I PIÙ CURIOSI
Conversione tra coordinate polari e coordinate cartesiane

Come già accennato, può essere utile saper effettuare la conversione tra coordinate polari e coordinate cartesiane, e ciò richiede spesso strumenti fuori dalla nostra portata.

Esistono però alcuni casi semplici cui merita di dare un'occhiata.

Angoli di 30°

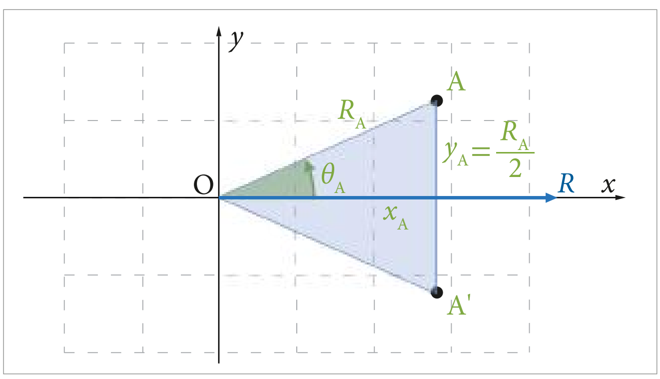
Consideriamo il punto A di coordinate polari $\theta_A = 30°$ e R_A generica, come illustrato nella **figura A1.20**.

Il triangolo AOA' è equilatero, quindi tutti i lati sono uguali tra loro e tutti gli angoli sono uguali a 60°.

Le coordinate cartesiane sono: $y_A = \frac{R_A}{2}$, infatti, essendo il triangolo equilatero, AA' = R_A il triangolo è diviso in due parti uguali dall'asse delle ascisse.

Per ricavare x_A applichiamo il teorema di Pitagora e ricaviamo

$$x_A = \sqrt{R_A^2 - \frac{R_A^2}{4}} = \sqrt{\frac{3R_A^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} R_A$$



A1.20 Schema di conversione tra coordinate polari e cartesiane per angoli di 30°.

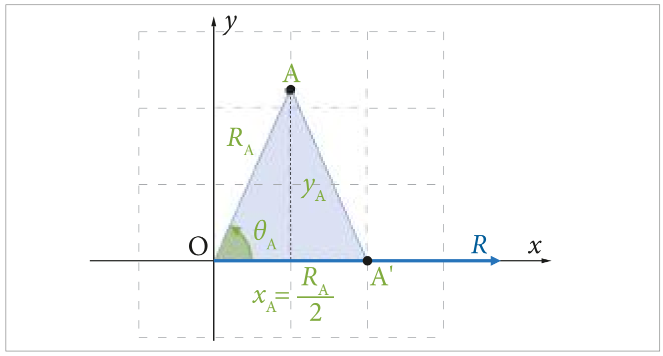
Angoli di 60°

Consideriamo il punto A di coordinate polari $\theta_A = 60°$ e R_A generica, come illustrato nella **figura A1.21**.

Il triangolo AOA' è equilatero, quindi tutti i lati sono uguali tra loro e tutti gli angoli sono uguali a 60°.

Le coordinate cartesiane sono: $x_A = \frac{R_A}{2}$, infatti, essendo il triangolo equilatero, OA' = R_A e il triangolo è diviso in due parti uguali dall'altezza passante per A. Per ricavare y_A applichiamo il teorema di Pitagora e ricaviamo:

$$y_A = \sqrt{R_A^2 - \frac{R_A^2}{4}} = \sqrt{\frac{3R_A^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} R_A$$



A1.21 Schema di conversione tra coordinate polari e cartesiane per angoli di 60°.

Angoli di 45°

Consideriamo il punto A di coordinate polari $\theta_A = 45°$ e R_A, come illustrato nella figura A1.22.

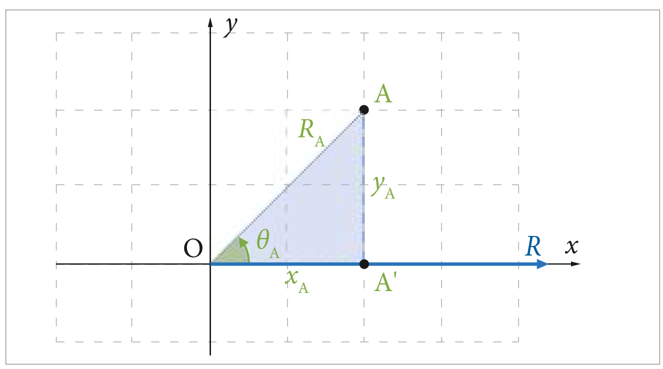
Il triangolo AOA' è rettangolo in Â'=90° e isoscele OA'=A A', quindi Ô'=Â'=45°.

Le coordinate cartesiane sono:

$$x_A = y_A, \text{ infatti, } x_A = OA' = AA' = y_A$$

Per calcolarle applichiamo il teorema di Pitagora e ricaviamo:

$$R = x_A \cdot \sqrt{2} \rightarrow x_A = \frac{R_A}{\sqrt{2}} = \frac{R_A}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot R_A}{2}$$



A1.22 Schema di conversione tra coordinate polari e cartesiane per angoli di 45°.

Coordinate cartesiane nello spazio

Ora che sappiamo indicare la posizione di un punto su un sistema cartesiano in una e due dimensioni, possiamo estendere il concetto a tre dimensioni aggiungendo l'asse z, perpendicolare agli altri due e chiamato asse delle *quote*. Il punto P sarà quindi indicato con P(x,y,z).

Niente paura, per i problemi che affronteremo saper usare i riferimenti cartesiani a tre dimensioni non è rilevante e non vi troverete a fare calcoli con il teorema di Pitagora in tre dimensioni. Ci serve giusto il concetto.

Coordinate polari nello spazio

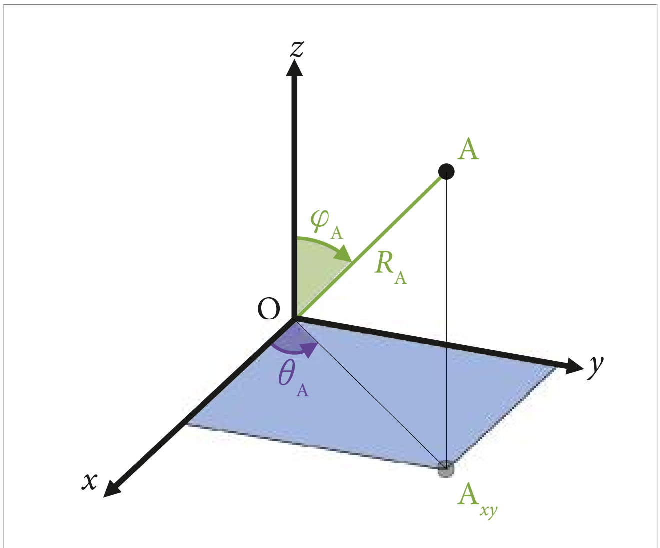
Per quanto ci possa sembrare strano è invece utile conoscere le *coordinate sferiche*, che sono l'estensione nello spazio delle coordinate polari.

Questo è il sistema infatti che usiamo per identificare un punto sulla superficie terrestre.

Per localizzare un punto geografico si parla di **latitudine** e **longitudine**, che sono concetti strettamente legati alle coordinate sferiche.

In coordinate sferiche un punto A sarà individuato da tre valori: $A = (R_A;\theta_A;\varphi_A)$, R_A e θ_A li conosciamo, l'ultimo elemento è invece la lettera greca *fi* minuscola.

Il sistema sferico è costituito da un polo (l'origine O), da un semiasse orientato (il semiasse positivo delle quote) e da un piano ortogonale al semiasse (il piano xy).



A1.23 Un punto in uno spazio tridimensionale identificato tramite coordinate cartesiane e polari.

Abbiamo dunque che:

- R_A è un numero positivo e corrisponde alla distanza del punto dal polo O (in pratica il centro);
- φ_A è l'angolo che AO forma con il semiasse delle z, è detta **colatitudine** o *angolo polare*, può variare all'interno dell'angolo piatto $0 \leq \varphi_A \leq 180°$;
- θ_A è l'angolo tra l'asse delle x positive e la retta congiungente l'origine O con il punto A_{xy}, proiezione di A sul piano xy, è detta **longitudine**, può variare all'interno dell'angolo giro, $0 \leq \theta_A < 360°$. Può sembrare complicato, ma tutto risulterà più chiaro osservando la figura A1.23.

Le coordinate geografiche

Il globo terrestre può essere approssimato a una sfera ed è comodo usare le coordinate polari sferiche per descriverlo, non dovendo neanche preoccuparci di indicare la coordinata R che sarà per definizione uguale al raggio terrestre.

Solo che, nell'uso come coordinate geografiche, useremo come coordinata la *latitudine* al posto della *colatitudine* definita precedentemente.

Un punto A sulla superficie terrestre sarà identificato da una coppia di numeri: $A = (\theta;\lambda)$, dove per convenzione il piano xy corrisponde al piano equatoriale e l'asse z identifica l'asse di rotazione terrestre.

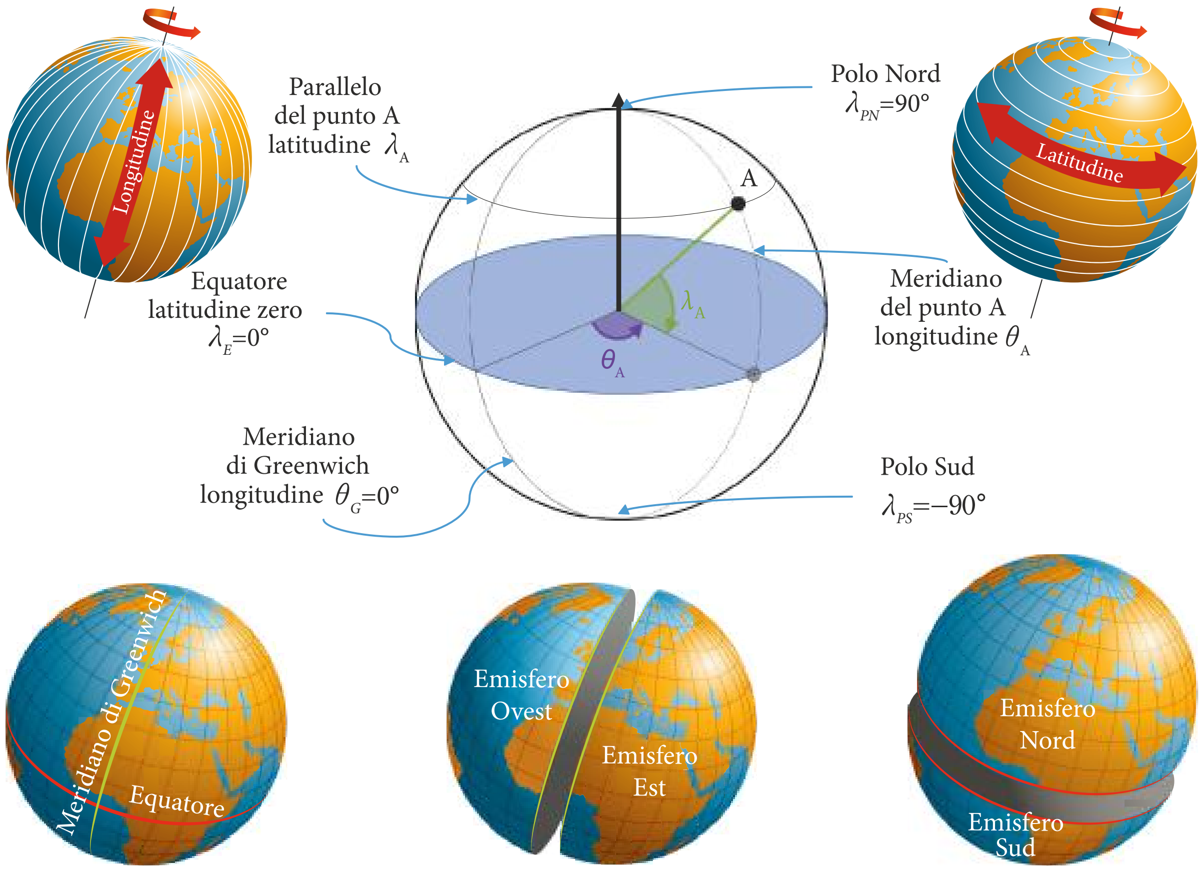
La *latitudine* λ è l'angolo che R forma con il piano dell'equatore (in pratica corrisponde a $\lambda = 90° - \varphi$). Essa indica l'altezza angolare di un punto sopra o sotto l'equatore e può variare tra $-90° \leq \lambda \leq 90°$. I poli geografici hanno quindi latitudine pari a 90°, rispettivamente indicati con 90° *nord* e 90° *sud*, mentre l'equatore ha latitudine 0°.

L'angolo θ è la **longitudine** e può variare tra $-180° \leq \theta < 180°$; rappresenta la distanza angolare verso est (angoli positivi) o verso ovest (angoli negativi) di un punto rispetto a un meridiano di riferimento. Per convenzione si è scelto come meridiano zero quello passante per la località inglese di Greenwich.

A tale meridiano, collegante come tutti i meridiani il Polo Nord con il Polo Sud, compete longitudine 0°.

Per analogia alle latitudini nord e sud, per le longitudini si è soliti parlare di *gradi di longitudine est o ovest* a seconda che il punto geografico si trovi a est o a ovest rispetto al *meridiano di Greenwich*.

L'uso dei segni + o – comunicando coordinate geografiche è piuttosto raro.



A1.24 Schema riassuntivo delle coordinate geografiche.

Riportiamo alcuni punti particolari:

- tutti i punti sull'equatore hanno latitudine $\lambda_E = 0°$;
- il Polo Nord è un punto identificato con latitudine 90° gradi a nord e si scrive $\lambda_{PN} = +90°$ oppure $\lambda_{PN} = 90° N$;
- il Polo Sud è un punto identificato con latitudine 90° gradi a sud e si scrive $\lambda_{PS} = -90°$ oppure $\lambda_{PS} = 90° S$;
- i poli sono gli unici punti del globo a non avere longitudine.

Per meglio mettere a fuoco quanto spiegato potete osservare lo schema riassuntivo della **figura A1.24**.

PER I PIÙ CURIOSI
Gradi sessagesimali e gradi decimali

Quando parliamo di angoli, esistono due modi per scrivere il loro valore numerico, utilizzando i *gradi sessagesimali*, oppure quelli *decimali*.

Ad esempio, la latitudine di Roma si può scrivere come: 41°53′35″ *N* espressa in *gradi sessagesimali*, oppure come 41,89305 *gradi decimali*. Vediamo con due esempi come si può passare dagli uni agli altri.

Proviamoci insieme

Da gradi sessagesimali a gradi decimali

La posizione della città di Roma:

- longitudine 12°29′00″ *E*, che si legge 12 gradi, 29 minuti primi est;
- latitudine 41°53′35″ *N* che si legge 41 gradi, 53 minuti primi, 35 secondi nord, ci troviamo quindi al di sopra dell'equatore.

Come accennato, ricordiamo che spesso i segni + e – sono sostituiti dalle diciture nord/sud ed est/ovest.

L'indicazione in gradi sessagesimali ci aiuta nella visualizzazione sulla circonferenza goniometrica.

In realtà non ci troveremo nel testo a eseguire calcoli con le coordinate geografiche, ma visto che per i conti è più comodo avere il numero espresso sotto forma decimale, spieghiamo come fare la conversione con alcuni esempi.

Longitudine +12°29′00″

1. Prendiamo i gradi 12°: rimarranno tal quali.
2. Prendiamo i minuti 29′ e li dividiamo per 60 : 29 / 60 = 0,483.
3. Prendiamo i secondi 00″ e li dividiamo per 3600 : 00 / 3600 = 0.
4. Sommiamo le tre quantità e otteniamo il valore di gradi espresso in decimale:

$$12 + 0{,}483 + 0 = 12{,}483$$

Ripetiamo l'operazione per la latitudine:

$$41°53'35'' \rightarrow 41 + \frac{53}{60} + \frac{35}{3600} =$$

$$= 41 + 0{,}88333 + 0{,}00972 = 41{,}89305$$

Quindi possiamo anche dire che Roma si trova a longitudine 12,483 *N* e latitudine 41,893 *E*.

Da gradi decimali a gradi sessagesimali

La posizione di Londra è latitudine 51,5085300° e longitudine −0,1257400° in gradi decimali, vediamo come scriverla in gradi sessagesimali.

Latitudine 51,5085300°

1. Prendiamo la parte intera 51: questo è il valore dei gradi.
2. Prendiamo la parte decimale 0,5085300 e la moltiplichiamo per 60:
   $0{,}5085300 \cdot 60 = 30{,}5118$
   di quest'ultimo valore prendiamo la parte intera 30: questi sono i minuti.
3. Prendiamo la restante parte decimale del valore precedente 0,5118 e la moltiplichiamo per 60:
   $0{,}5118 \cdot 60 = 30{,}708 = 30$
   questo è il valore dei secondi.

Osserviamo che il numero dei secondi va tenuto eliminando i numeri dopo la virgola, non approssimato[vi].

In questo caso 30,708 = 30 non 31 come forse verrebbe più spontaneo scrivere.

Dunque, latitudine: 51°30′30″ *N*.

Ripetiamo l'operazione con la longitudine:

$$-0{,}1257400°$$

$$0{,}1257400° \cdot 60 = 7{,}5444$$

$$0{,}5444 \cdot 60 = 32{,}664 = 32$$

$$00°07'32''\ O$$

Noi non useremo quest'informazione al di fuori di questi esercizi, ma se qualcuno dovesse mai avere a che fare con questi conti, magari per prendere la patente nautica, la cosa potrebbe tornargli utile.

A1.5 Ordini di grandezza, arrotondamenti e calcoli approssimati

Gli ordini di grandezza

Nello studio della Fisica può non essere necessaria una gran precisione nella registrazione delle misure, a volte infatti, sono sufficienti allo scopo del momento valori approssimativi, precisi giusto quel tanto che basta alla comprensione dei fenomeni.

Ad esempio, potrebbe bastarci dire che un banco è circa lungo un metro, senza essere più precisi.

In casi come questi ci viene in aiuto un utile concetto che, insieme con le *unità di misura*, metteremo tra gli strumenti del mestiere: gli **ordini di grandezza**.

Per spiegare di cosa si tratta iniziamo con un esempio.

All'inizio dell'unità abbiamo misurato un banco, scoprendo che esso è lungo:

$$L_{banco} = 73{,}5\ \text{cm} = 0{,}735\ \text{m}$$

Per trovare l'*ordine di grandezza* della lunghezza del banco, dovremo decidere a quale dei multipli o sottomultipli del metro la misura si avvicina maggiormente.

La lunghezza del banco è compresa tra 1 m e 0,1 m. È naturale scegliere l'approssimazione più vicina: 1 m.

Scriveremo dunque che:

$$O\ (L_{banco}) = 1\ \text{m}$$

che si legge: "l'ordine di grandezza di L_{banco} è di 1 metro.

La lettera maiuscola O, quando si tratta di *ordini di grandezza*, si legge "O grande", ovvero:

$$L_{banco}\ \text{è O grande di 1 metro}$$

vi Nel paragrafo A1.5 analizzeremo come approssimare un numero.

REGOLA: per stabilire l'ordine di grandezza di un numero, procederemo come segue[vii]:

1. Scriviamo il numero N, di cui ricavare l'ordine di grandezza, in notazione esponenziale:
$$N = a \cdot 10^x$$
2. Se il fattore moltiplicativo a è compreso tra 0 e 5, estremo destro escluso $0 \leq a < 5$, diremo che l'ordine di grandezza di N è pari a 10^x:
$$O(N) = 10^x$$
dato che N si avvicina maggiormente alla potenza 10^x che a 10^{x+1}:
3. Se il fattore moltiplicativo a è compreso tra 5 e 10, sempre estremo destro escluso $5 \leq a < 10$, diremo che l'ordine di grandezza di N è pari a 10^{x+1}:
$$O(N) = 10^{x+1}$$
dato che N si avvicina maggiormente alla potenza 10^{x+1} che a 10^x.

Proviamoci insieme

Poiché quanto appena scritto può risultare un po' troppo astratto, vediamolo applicato a una serie di esempi.

Per cominciare vediamo se funziona con il nostro banco:
$$L_{banco} = 0{,}735\,\text{m} = 0{,}735 \cdot 10^0\,\text{m}$$

Essendo la prima cifra del numero 0,735 compresa tra 0 e 5, rientriamo nel caso del punto 2, e quindi, confermando quanto avevamo stabilito in precedenza:
$$O(L_{banco}) = 10^0\,\text{m} = 1\,\text{m}$$

Prendiamo ora un'automobile, ad esempio una Ferrari 812 Superfast, che è lunga approssimativamente:
$$L_{F812} = 4{,}6\,\text{m} = 4{,}6 \cdot 10^0\,\text{m}$$

Quindi la Ferrari ha una lunghezza dello stesso ordine di grandezza del banco:
$$O(L_{F812}) = 10^0\,\text{m} = 1\,\text{m}$$

Consideriamo una piccola barca a vela, di lunghezza 7 m:
$$L_{barca} = 7\,\text{m} = 7 \cdot 10^0\,\text{m}$$

Essendo la prima cifra compresa tra 5 e 10, siamo nel caso 3, pertanto abbiamo:
$$O(L_{barca}) = 10^1\,\text{m} = 10\,\text{m}$$

Consideriamo ora un autobus di lunghezza 12 m:
$$L_{autobus} = 12\,\text{m} = 1{,}2 \cdot 10^1\,\text{m}$$

Dato che 1,2 è minore di 5, ricade nel caso 2, dunque avremo:
$$O(L_{autobus}) = 10^1\,\text{m} = 10\,\text{m}$$

Prendiamo ora in considerazione la lunghezza di un moderno aereo di linea il Boeing 787:
$$L_{787} = 56{,}7\,\text{m} = 5{,}67 \cdot 10^1\,\text{m}$$

Essendo 5,67 maggiore di 5 , ricadiamo nel caso del punto 3, ottenendo pertanto:
$$O(L_{787}) = 10^{1+1}\,\text{m} = 10^2\,\text{m} = 100\,\text{m}$$

Come ultimo esempio, prendiamo il treno FrecciaRossa 1000, lungo 202 m:
$$L_{FR1000} = 202\,\text{m} = 2{,}02 \cdot 10^2\,\text{m}$$

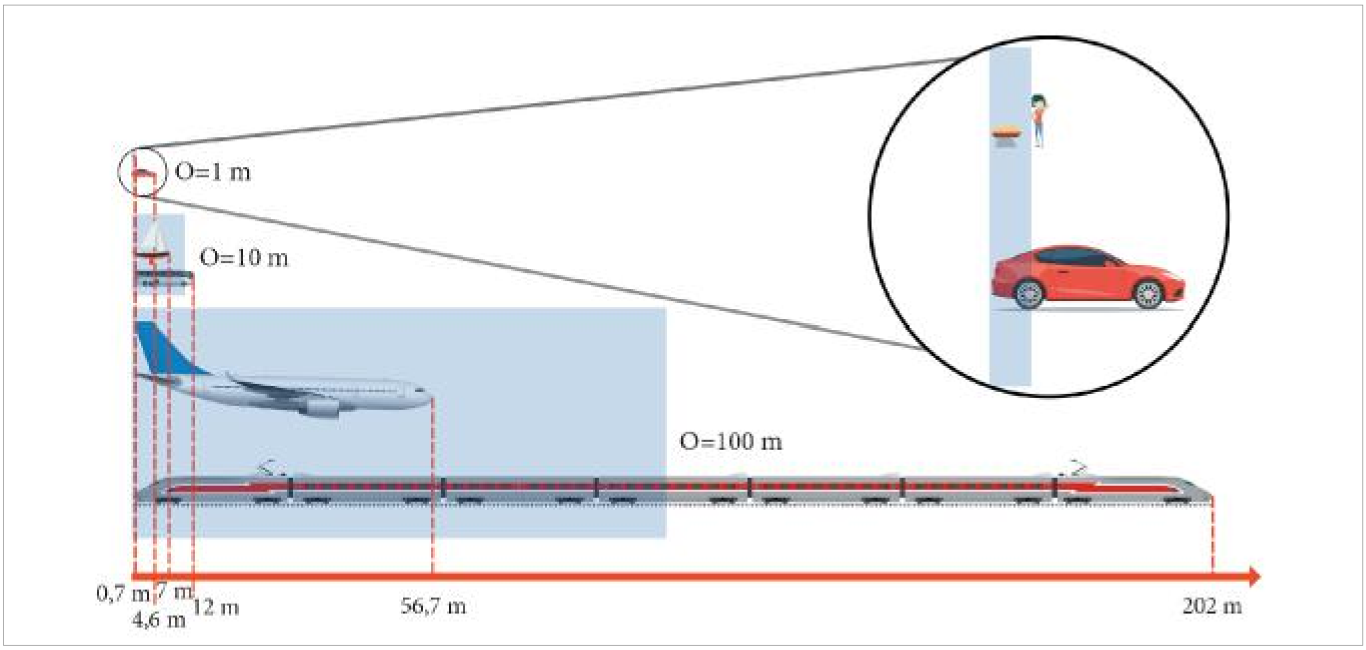
Da cui otteniamo:
$$O(L_{FR1000}) = 10^2\,\text{m} = 100\,\text{m}$$

Se osserviamo la **figura A1.25**, in cui è illustrato il problema appena risolto, possiamo vedere che, indipendentemente dalle effettive lunghezze, se analizzati solo come ordine di grandezza, il banco e l'automobile rientrano entrambi nella classe di oggetti dell'ordine del metro.

Allo stesso modo, la barca e l'autobus rientrano nella classe di oggetti dell'ordine dei 10 m, mentre l'aereo e il treno rientrano in quella dei 100 m.

Gli ordini di grandezza raggruppano *classi di misure*, non misure specifiche.

vii Notiamo che stiamo tralasciando l'unità di misura, essendo la procedura del tutto generale.



A1.25 Schema con gli oggetti elencati nell'esempio, lunghezze e relativi ordini di grandezza.

! È comunque il caso di notare che su queste regole esistono almeno due o tre scuole di pensiero diverse, che in taluni casi, specialmente per misure vicino al numero 5, possono portare a definire per misure di uno stesso oggetto ordini di grandezza diversi. Questo può capitare a causa degli arrotondamenti che si eseguono sulle misure in esame. La cosa non deve stupire, in fondo la scienza e la tecnica sono fondate anche su convenzioni. L'importante è sapere quali convenzioni si sono adottate ed essere coerenti nel seguirle.

Significato fisico degli ordini di grandezza

L'uso degli ordini di grandezza è utile in almeno due situazioni, la più evidente la incontriamo quando dobbiamo confrontare grandezze di oggetti diversi.

Confrontando l'ordine di grandezza per la lunghezza di un'automobile (1 m) con quello per la lunghezza di un treno (100 m), sappiamo immediatamente che il secondo è molto più grande del primo.

L'ordine di grandezza di una misura stabilisce una caratteristica di quella misura per le due classi di oggetti, parliamo delle automobili e dei treni in generale, non di uno specifico oggetto appartenente a quelle classi.

La Fisica abbraccia campi distantissimi tra loro, spaziando dall'infintamente piccolo all'inconcepibilmente grande, spesso i confronti diventano molto più chiari alla mente umana se espressi sotto forma di ordini di grandezza. Un ulteriore esempio aiuterà a chiarire il concetto.

Proviamoci insieme

Qualche distanza nel sistema solare

La distanza tra la Terra e il Sole è circa di 149 milioni di km, scritto in metri viene: 149 000 000 000 m, difficile da leggere, facile da sbagliare. Scritto in notazione scientifica[viii] diventa:

$$L_{TS} = 1{,}49 \cdot 10^{11}\ \text{m}$$

Con un ordine di grandezza pari a:

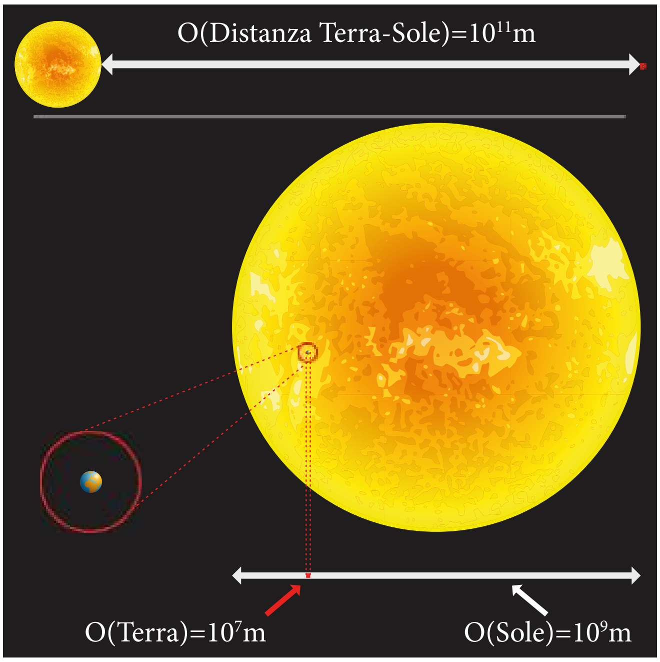
$$O(L_{TS}) = 10^{11}\ \text{m}$$

Rispettivamente invece, il diametro della Terra (12 742 km) ha un ordine di grandezza pari a 10^7 m e quello del Sole (1 391 400 km) è pari a 10^9 m.

Questo si può interpretare anche dicendo che il Sole è 10^{9-7} m = 10^2 m = 100 volte più grande della Terra, informazione che rende immediatamente l'idea sulla grandezza della nostra stella.

Per visualizzare tutti questi numeri si può osservare la figura A1.26 che schematizza alcune distanze del sistema solare.

viii Per una spiegazione più dettagliata della notazione scientifica si veda la rubrica "La matematica utile" alla fine di questa unità.



A1.26 Il Sole è 100 volte più grande della Terra, la distanza Terra-Sole è 100 volte la dimensione del Sole.

Saper stimare l'ordine di grandezza di una misura, o del risultato di un calcolo, è poi un'utile forma di controllo per metterci al riparo da errori grossolani. Se un risultato, come ordine di grandezza, differisce nettamente da ciò che è lecito aspettarci per la misura di un certo tipo di fenomeno, sarà sicuramente il caso di ricontrollare tutto.

Le approssimazioni

Visto quanto detto, è naturale chiederci come sapere qual è l'ordine di grandezza che possiamo aspettarci per una grandezza fisica; spesso questo genere di informazioni si ottiene eseguendo dei **calcoli approssimati**. In questo, e altri casi, capita che sia richiesta una stima di massima del valore di una qualche grandezza piuttosto che un suo valore specifico.

Ad esempio, è utile, prima di mettere mano alla calcolatrice o al computer, procedere con una stima del risultato atteso per un dato problema. Questo ha una duplice utilità: fornire un valore di confronto con il dato finale per identificare eventuali errori di calcolo, oppure usare il valore stimato per prendere delle decisioni.

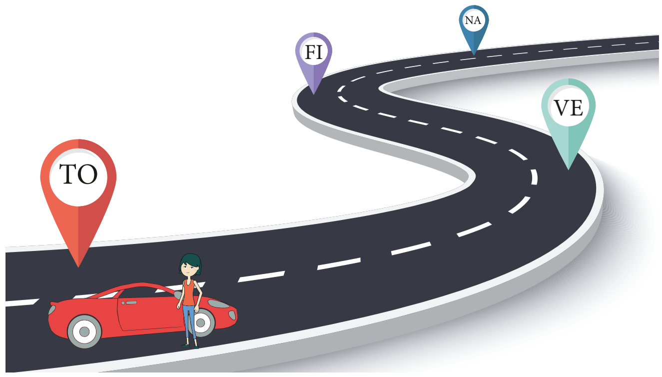
Proviamoci insieme

Un viaggio in auto

Nel corso di quest'estate Emma, partendo da Torino, dovrà recarsi in macchina prima a Venezia, poi a Firenze e, infine, a Napoli.

La macchina di Emma ha 25 000 km, sapendo che a 30 000 km è opportuno per il suo tipo di veicolo far controllare la cinghia di trasmissione, converrà che lo faccia prima di partire o può senza pericolo aspettare l'autunno?

Possiamo stimare quanto spenderà per i viaggi?



A1.27 Eseguire qualche calcolo approssimato è una capacità che può tornare utile in molte situazioni.

Per risolvere in modo approssimato il problema iniziamo con il procurarci le distanze in km da percorrere.

Tabella A1.4 Le distanze percorse da Emma nelle varie tratte

Percorso	Distanza	Distanza approssimata
TO-VE	411 km	400 km
TO-FI	395 km	400 km
TO-NA	876 km	900 km

Nella **tabella A1.4** abbiamo riportato le distanze da percorrere, per eseguire la prima approssimazione le abbiamo arrotondate alla cifra tonda, termine altamente poco tecnico per indicare che abbiamo tolto quante più cifre significative possibile.

Considerando percorsi di andata e ritorno, otteniamo 6 tratte per un totale di:

$$L_{tot} = (400 + 400 + 900) \cdot 2\,\text{km} = 3400\,\text{km}$$

per ulteriore comodità approssimiamo in 3500 km.

Da questa prima valutazione si vede che Emma può decidere di aspettare il ritorno per la revisione della cinghia di trasmissione. Per stimare la spesa, abbiamo bisogno di valutare altri tre fattori: il consumo dell'automobile, il costo della benzina e il costo dell'autostrada.

Il consumo di un'automobile varia notevolmente sulla base del modello, ma facendo una rapida ricerca si vede che esso è compreso, per un viaggio in autostrada percorso a velocità normali, tra i 4 e gli 8 litri di carburante per ogni 100 km. Possiamo approssimarlo a un numero facile da usare nei conti in 5 litri per ogni 100 km.

Il costo della benzina, al momento in cui scriviamo, oscilla tra 0,8 e 1,2 euro/litro, dunque, 1 euro per ogni litro sono una buona approssimazione.

Il costo dell'autostrada è stabilito dai gestori e dipende da molti fattori, un modo per stimarlo può essere semplicemente procurarsi il costo sostenuto per un precedente tragitto autostradale e dividere per i km del tragitto. A titolo di esempio, un tragitto da Torino a Milano, 146 km, viene a costare 16,90 euro. Approssimando entrambe le cifre rispettivamente a 150 km e 15 euro, possiamo stimare il costo a 0,1 euro per km. Abbiamo riportato nella **tabella A1.5** questi dati.

Tabella A1.5 Stime dei dati necessari a calcolare il costo del viaggio

Consumo Automobile ($Cons_{km}$)	5l / 100 km
Costo Benzina (C_{carb})	1 € / 1 l
Costo Autostrada (C_{aut})	0,1 € / km

Stimiamo dunque il consumo di benzina in:

$$C_{carb} = L_{tot} \cdot Cons_{km} = 3500\text{ km} \cdot \frac{5\text{ l}}{100\text{ km}} = 175\text{ l}$$

che sono quasi 200 litri di benzina i quali, data la nostra stima per il prezzo della benzina di 1€ a litro, comportano un costo complessivo del solo carburante di circa 200 euro (**fig. A1.28**).

A1.28 Il viaggio inizia a costare caro, solo per la benzina si arriva a 200 euro.

Venendo ora al costo dell'autostrada abbiamo:

$$C_{aut} = L_{tot} \cdot C_{aut} = 3500\text{ km} \cdot \frac{0{,}1€}{\text{km}} = 350\,€$$

Emma può ragionevolmente aspettarsi un costo totale dei viaggi di circa:

$$C_{tot} = C_{aut} + C_{carb} = 550\,€$$

Sulla base di questa stima, può farsi un'idea se la serie di viaggi è economicamente sostenibile o se deve trovare qualche alternativa.

Se avessimo voluto eseguire questa valutazione con dati precisi, ci sarebbe costato molto più tempo in ricerche e conti, ed è questa la ragione per cui è sempre utile farsi un'idea approssimata del risultato di un problema.

Giusto per completezza, eseguendo i calcoli con i dati precisi reperiti da un motore di ricerca dedicato, il costo affrontato da Emma è stimato dal programma in 620 euro. Abbastanza vicino a quanto da noi ottenuto.

PER I PIÙ CURIOSI
I problemi di Fermi

In Fisica i problemi di questo tipo, in cui si cerca di fornire una stima quantitativa del valore di una data grandezza utilizzando informazioni stimate e calcoli approssimati, sono noti come *problemi di Fermi*, dal nome di uno dei più grandi scienziati del secolo scorso, il quale era particolarmente abile, con questi strumenti, a stimare il valore di misure anche molto complesse con un buon grado di accuratezza.

Fermi era così bravo in questo genere di stime che, durante il test a Los Alamos, riuscì a stimare a mente la potenza della prima bomba atomica semplicemente lasciando cadere dei pezzettini di carta dal suo punto di osservazione e valutando di quanto l'onda d'urto li aveva fatti spostare durante la caduta. Noi non arriveremo a tanto, ma non si sa mai a cosa possono tornare utili le cose che impareremo.

L'arrotondamento

Quando eseguiremo i nostri calcoli, per motivi che saranno più chiari nella prossima unità, sarà necessario *buttare via* alcune cifre del nostro numero, vuoi dopo la virgola, ma anche negli interi, di solito perché non hanno un vero significato per la misura che stiamo effettuando.

In questi casi diciamo che stiamo *arrotondando* il numero.

L'**arrotondamento** è un'operazione tramite la quale si tolgono, in modo opportuno, alcune cifre significative da un numero.

Arrotondando è però importante non introdurre errori grossolani nei nostri conti.

Ci sono molti modi di arrotondare un numero, a noi basta conoscerne uno.

REGOLA: per *arrotondare* un numero a una data cifra decimale, iniziamo guardando la prima cifra decimale esclusa.

1. Se è compresa tra 0 e 4, il numero viene *approssimato per difetto*, cioè togliendo il numero da scartare e lasciando inalterato quello che rimane (quello sulla sinistra di quello che vogliamo eliminare).
2. Se invece è compresa tra 5 e 9 il numero viene *approssimato per eccesso*, vale a dire togliendo il numero da scartare e *aggiungendo* 1 a quello che rimane (sempre quello sulla sinistra).
3. Proseguiamo poi con la stessa modalità per le cifre più grandi fino all'ultima che ci interessa eliminare.

A1.6 Grandezze fisiche fondamentali e derivate: la velocità

Nei capitoli precedenti abbiamo introdotto due grandezze fisiche, la *lunghezza* e il *tempo*, dette *fondamentali* poiché rappresentano una caratteristica intrinseca di un fenomeno o di un oggetto e sono *indipendenti* da altri fattori.

Per dirla in altri termini, una grandezza si dice *indipendente* quando non la esprimiamo come funzione matematica di altre grandezze; la possiamo vedere come se fosse un singolo mattoncino delle costruzioni giocattolo. Le grandezze fondamentali, esattamente come i mattoncini delle costruzioni, sono usate per costruire grandezze più complesse.

Le **grandezze fisiche indipendenti**, che cioè non sono definite tramite la combinazione di altre grandezze, sono dette **fondamentali**.

RIMBOCCHIAMOCI LE MANICHE

Quanto impiega un oggetto per raggiungere il suolo?

Procuriamoci il materiale

- Una gomma
- Uno smartphone, dotato di cronometro
- Il compagno più alto della classe

All'opera!

Facciamo ora un piccolo e veloce esperimento: cerchiamo di misurare quanto tempo impiega un oggetto, ad esempio una gomma da cancellare, per raggiungere il suolo se la lasciamo cadere da una certa altezza.

Per eseguire l'esperimento, oltre la gomma, ci serviranno un cronometro[ix] e il compagno di classe più alto (o il professore, se è lui il più alto). Per prima cosa dovremo chiedere al nostro compagno di dirci quanto è alto, supponiamo 170 cm:

$$\Delta l = 1{,}7\,\text{m}$$

Per il cronometro potremo usare la funzionalità presente nell'applicazione orologio di qualsiasi smartphone.

A1.29 Con il cronometro possiamo misurare il tempo che la gomma impiega a toccare terra.

A questo punto faremo cadere la gomma da un'altezza pari a quella del compagno e misureremo, cercando di essere il più precisi possibile, quanto tempo impiega la gomma a toccare terra; probabilmente servirà qualche tentativo di prova per prendere dimestichezza. La misura non sarà molto precisa e se più persone proveranno a usare il cronometro vedremo che si otterranno misure un po' diverse, ma su questo aspetto e su come porvi rimedio torneremo più avanti. Per il momento scegliamo la misura ottenuta dalla maggioranza dei compagni, arrotondata alla prima cifra decimale, che nel nostro caso è:

$$\Delta t = 0{,}6\,\text{s}$$

A questo punto possiamo calcolare il rapporto tra lo spazio percorso dall'oggetto e il tempo impiegato, che chiameremo *velocità*.

ix Per un approfondimento sull'uso dei cronometri si veda la rubrica "La strumentazione utile" alla fine di questa unità.

La **velocità** di un oggetto in movimento è il *rapporto* tra la distanza percorsa dall'oggetto e il tempo impiegato per percorrere tale distanza.

Osserviamo però un fatto importante: la gomma, cadendo, varia continuamente la propria velocità, questo lo desumiamo da una semplice osservazione, per il momento senza fare misure. La gomma parte da ferma, e arriva a terra con una velocità che è aumentata lungo il percorso.

Dalle misure prese, noi non possiamo conoscere la velocità della gomma in un preciso punto della caduta, possiamo solo conoscerne la *velocità media*:

$$\bar{v} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

Essa, indicata con il simbolo $\bar{v}$, che si legge "*v* media", dove il trattino sopra la lettera *v* è il formalismo che useremo per indicare che una data quantità è frutto di un'operazione di media, è dunque il rapporto tra la distanza percorsa e il tempo impiegato a percorrerla, trascurando le variazioni di velocità durante il percorso.

Nel nostro caso, sostituendo abbiamo:

$$\bar{v}_{gomma} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1{,}7\ \text{m}}{0{,}6\ \text{s}} = 2{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Cosa abbiamo imparato?

Oltre a permetterci di definire il concetto fisico di velocità, due aspetti sono interessanti di questa esperienza: non solo possiamo calcolare la *velocità* del corpo misurando separatamente lo spazio e il tempo e combinandoli con una formula, ma ancora più del valore numerico, è importante notare l'unità di misura o, meglio, le unità di misura del risultato. In Fisica non esiste un'unità di misura specifica dedicata alle velocità, quello che si fa è comporre due *unità di misura fondamentali*, il metro e il secondo, in un'*unità di misura derivata*, il m/s, che si legge "metro al secondo".

Si definiscono **grandezze fisiche derivate** le grandezze ottenute dalla combinazione delle grandezze fisiche fondamentali e, per analogia, **unità di misura derivate**, le unità di misura ottenute dalla combinazione delle unità fondamentali.

E adesso come procediamo?

A mano a mano che nel nostro viaggio studieremo fenomeni fisici nuovi, incontreremo altre grandezze fisiche. Alcune di queste grandezze saranno *fondamentali*, come il metro e il secondo, altre invece, molto più numerose, saranno *derivate*.

Fino al punto in cui avremo trovato abbastanza grandezze fondamentali da poter rappresentare tutte le grandezze derivate necessarie a rappresentare qualsiasi fenomeno fisico.

I sistemi di misura

Quando collezioniamo una serie di grandezze e unità di misura che ci permettono di descrivere, misurandolo, il mondo che ci circonda, stiamo costruendo un *sistema di misura*.

Un **sistema di misura** è un insieme di unità di misura con cui possiamo misurare la realtà fisica che ci circonda.

Quando avremo abbastanza unità fondamentali da poter descrivere tutte le altre, il nostro *sistema di misura* si potrà definire *completo*.

Un **insieme di unità di misura** si definisce **completo** quando i suoi elementi permettono di definire, tramite opportune funzioni matematiche, tutte le altre grandezze derivate necessarie per rappresentare i fenomeni fisici.

Cambiare unità di misura nelle grandezze derivate

Nell'affrontare molti problemi pratici, in Fisica o in Ingegneria talvolta occorre passare da un'unità di misura a un'altra. Se è facile passare da metri a kilometri o da ore a secondi, con le unità di misura derivate la cosa può risultare un po' più impegnativa, ma solo perché richiede qualche passaggio matematico, che con il tempo e l'esercizio finiranno per diventare naturali.

Proviamoci insieme

Convertire da m/s a km/h

Un uomo in bicicletta mantiene una velocità di $v_b = 7$ m/s; lo stesso uomo, correndo, riesce a raggiungere $v_c = 14$ km/h. Va più veloce in bici o a piedi? Quanto va più veloce?

Per confrontare le due velocità dobbiamo uniformare le unità di misura:

Portiamo quindi tutto in m/s:

$$1\ \text{km} = 10^3\ \text{m}$$

$$1\ \text{h} = 3600\ \text{s}$$

$$v_c = 14\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 14 \cdot \frac{10^3\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 3{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

L'uomo, quindi, va più veloce in bicicletta di quasi il doppio:

$$\frac{7}{3{,}9}=1{,}8$$

Se avessimo voluto invece portare tutto in km/h?

$$1\ \text{m}=10^{-3}\ \text{km}$$

$$1\ \text{s}=\frac{1}{3600}\text{h}$$

$$v_b=7\frac{\text{m}}{\text{s}}=7\cdot\frac{3600\ \text{km}}{10^3\ \text{h}}=25{,}2\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Consigliamo sempre, prima di mettere mano alla calcolatrice, di semplificare quanto più possibile il calcolo manualmente, in particolar modo per quanto concerne "gli zeri", ovvero le potenze del 10.

Per generalizzare, questo esercizio ci permette di ricavare un'utile formula di conversione per passare da m/s a km/h:

$$1\frac{\text{m}}{\text{s}}=3{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

REGOLA: quando abbiamo una velocità espressa in metri al secondo, per ottenere la velocità espressa in kilometri orari basta moltiplicare per 3,6 che, per un calcolo approssimato, è circa 4; viceversa, per passare da km/h a m/s divideremo per 3,6. Facile vero?

A1.7 Il calcolo dimensionale

Come abbiamo visto, quando esprimiamo il valore della misura di una grandezza fisica esso è *sempre* composto di due elementi: *un valore numerico* e *un'unità di misura*. Nel caso della durata in secondi di un giorno:

$$T_{giorno}=86\,400\ \text{s}$$

86 400 è il valore numerico della misura, mentre *s* indica l'unità di misura della grandezza.

Le dimensioni delle grandezze fisiche

In generale, tutte le volte che avremo a che fare con la misura di una grandezza fisica *X*, essa sarà composta da due fattori, il suo **valore numerico** $\{X\}$ e la sua **unità** $[X]$:

$$X=\{X\}\,[X]$$

Questa distinzione, e la notazione usata, vennero introdotte nel 1873 dal fisico scozzese James C. Maxwell, in un importante articolo che segna l'inizio di quella branca della Fisica nota come *Teoria della Misura* o *Metrologia*.

L'approfondimento della Metrologia esula dagli scopi di questo libro, ma un suo fondamentale e facile risultato è uno di quegli strumenti che dobbiamo per forza avere nella nostra cassetta degli attrezzi: il *calcolo dimensionale*.

Anche se a volte potrà non piacerci, la Fisica è una storia raccontata con il linguaggio della Matematica, dove si usano continuamente le *equazioni*.

Un'*equazione* in Matematica, è un'operazione di uguaglianza tra due elementi:

$$A=B$$

ove, tipicamente, la parte a sinistra *A* è un risultato che vogliamo ottenere tramite i conti, più o meno complessi, che facciamo nella parte a destra *B*.

Ad esempio, la durata in secondi di un anno solare di $N_{giorni}=365$ *giorni*, sarà data dall'equazione:

$$T_{anno}=N_{giorni}\cdot T_{giorno}$$

sostituendo con i dati del problema si ottiene:

$$T_{anno}\left[\text{s}\right]=\left(365\ \text{d}\cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\right)$$

se analizziamo il secondo membro, vediamo che un anno è composto da *365 giorni* (d dall'inglese *day*) e che ci sono 86 400 secondi [s] in un giorno [d]. Dato che le unità di misura si possono semplificare, le due "d" si eliminano:

$$T_{anno}\,[\text{s}]=(365\cdot 86\,400)\ \text{s}$$

per maggior chiarezza, abbiamo identificato tra parentesi quadre l'unità di misura dove questa poteva generare confusione.

Questa è una banale equazione matematica che, trattando noi fenomeni fisici, contiene anche le unità di misura che rimangono, e devono rimanere, uguali in entrambi i membri.

Questo è il caso particolare di una regola generale che governa tutte le equazioni nella Fisica.

REGOLA: in Fisica, in ogni equazione, le parti a sinistra e a destra del segno di uguaglianza devono avere le stesse **dimensioni**.

Notate che abbiamo parlato di *dimensioni*, non di *unità di misura*. Ma cosa sono le *dimensioni*? Sono le famiglie in cui vivono le unità di misura, ad esempio:

- il secondo, l'ora, il giorno, l'anno ecc. appartengono alla famiglia delle *unità di misura del tempo* che chiameremo **T**;

- il metro, il centimetro, il millimetro ecc. appartengono alla famiglia delle *unità di misura della lunghezza*, che chiameremo **L**.

Per ogni *grandezza fondamentale* possiamo definire una famiglia corrispondente.

Perché questa regola dovrebbe essere così bella? Semplice, perché quando i conti si faranno complessi, ci aiuterà a non sbagliarli e a verificarne l'esattezza. Una specie di prova del 9, solo molto più facile.

Se avremo sempre l'accortezza di verificare alla fine di un conto che ambo i membri abbiano le stesse *unità di misura* o in alternativa almeno le stesse *dimensioni*, scopriremo facilmente errori grossolani nei passaggi o nel ragionamento.

Fino a questo momento, oltre alle grandezze fondamentali di tempo (**T**) e lunghezza (**L**), abbiamo introdotto anche una grandezza derivata, la velocità che, come abbiamo visto, è il rapporto tra una lunghezza e un tempo. Supponendo che v rappresenti la misura di una velocità, possiamo scrivere:

$$[v]=\left[\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{T}}\right]$$

Che si può anche scrivere, seguendo una convenzione più corretta:

$$[v]=\left[\mathbf{L}\cdot\mathbf{T}^{-1}\right]$$

abbiamo utilizzato la proprietà per cui dividere un numero per **T** equivale a moltiplicarlo per **1/T** che, a sua volta, equivale a moltiplicarlo per $\mathbf{T}^{-1}$.

Sebbene in questo libro cercheremo di usare maggiormente la notazione con le frazioni, si tenga presente che in altri testi sarà molto comune trovare quella con gli esponenti.

L'uso delle parentesi quadre può però portare a una lettura difficile delle formule, pertanto noi preferiremo spesso usare una notazione più esplicita:

$$v \xrightarrow{Dim} \mathbf{L}\cdot\mathbf{T}^{-1}$$

o, quando dovesse risultare più chiaro:

$$Dim(v)=\mathbf{L}\cdot\mathbf{T}^{-1}$$

che leggeremo entrambe come "v ha le dimensioni di una lunghezza su un tempo".

Proviamoci insieme

Le dimensioni di una superficie

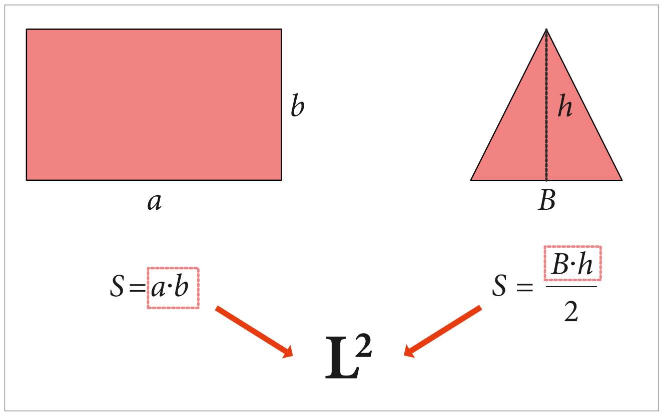
Calcoliamo ad esempio l'equazione dimensionale per la superficie S di un rettangolo di base a e altezza b:

$$S=a\cdot b$$

essendo a e b delle lunghezze, l'equazione dimensionale è data da:

$$S=a\cdot b \xrightarrow{Dim} \mathbf{L}\cdot\mathbf{L} \xrightarrow{Dim} \mathbf{L}^2$$

Indipendentemente dal tipo di figura, nella formula della superficie compariranno sempre due lunghezze moltiplicate tra loro e dimensionalmente la superficie sarà pari a $\mathbf{L}^2$ (fig. A1.30).



A1.30 A prescindere dal tipo di figura, dimensionalmente la superficie sarà pari a L^2.

Notiamo che non abbiamo usato le unità di misura (ad esempio i metri) nel calcolo, ma solo le dimensioni, limitandoci a dire cioè che le nostre grandezze a e b sono, dimensionalmente, delle lunghezze.

Le dimensioni del volume di una sfera

Allo stesso modo l'equazione dimensionale per il volume V *di una sfera:*

$$V=\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$$

sarà:

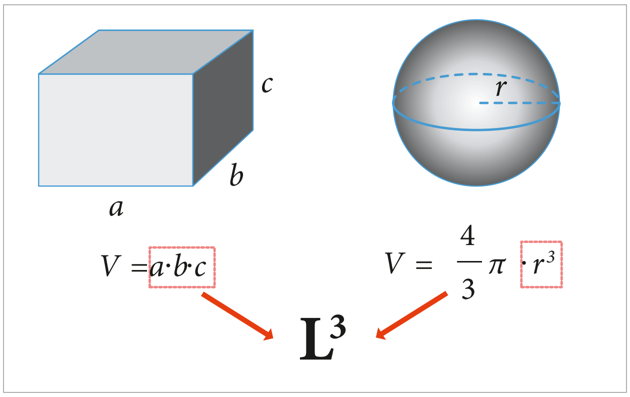
$$V \xrightarrow{Dim} \mathbf{Dim}\left(\frac{4}{3}\pi\right)\cdot\mathbf{Dim}(r\cdot r\cdot r)=\mathbf{L}\cdot\mathbf{L}\cdot\mathbf{L}=\mathbf{L}^3$$

Il termine (4/3) π è un *numero puro*, non ha infatti delle unità di misura. Questo tipo di numeri sono detti **adimensionali**, poiché non hanno dimensioni.

Quando li incontriamo semplicemente li *togliamo*, dall'equazione dimensionale.

Indipendentemente dal tipo di figura, nella formula dei volumi compariranno sempre tre lunghezze moltiplicate tra loro e, dimensionalmente, il volume sarà pari a $\mathbf{L}^3$ (fig. A1.31).

Provare per credere: se avete una formula per un volume e le sue dimensioni saranno diverse, avrete sbagliato qualche calcolo.



A1.31 A prescindere dal tipo di figura, dimensionalmente il volume sarà pari a L^3.

Uso del calcolo dimensionale per verificare la correttezza dei conti

Dato che sia le unità di misura fondamentali sia quelle derivate in nostro possesso sono ancora poche, gli esempi che abbiamo potuto fare sono limitati, come limitata può sembrare l'utilità di questo strumento, ma ricordiamoci di usarlo quando avremo a che fare con conti complessi.

Possiamo riassumere quanto trattato dicendo che quando abbiamo un'equazione avente significato fisico, tra i possibili modi con cui possiamo valutare velocemente se i nostri calcoli sono corretti, si annoverano i seguenti:

1. controllare che ambo i membri dell'equazione abbiano le stesse unità di misura, ad esempio siano entrambe velocità espresse in m/s;
2. verificare che le equazioni dimensionali di ambo i membri coincidano, ad esempio che per una velocità siano entrambe espresse dimensionalmente come $\mathbf{L} \cdot \mathbf{T}^{-1}$;

a ben pensarci, il metodo 2 è il caso generale del metodo 1. Noi useremo un metodo o l'altro a seconda di quale dei due sarà più comodo o comprensibile nel caso specifico del momento.

A1.8 Il Sistema Internazionale

In questo nostro primo viaggio nella Fisica abbiamo affrontato, o meglio iniziato ad affrontare, il concetto fisico di **misura**.

Nel farlo, abbiamo incontrato e affrontato la misura di due grandezze fondamentali, la *lunghezza* e il *tempo* che, ricordiamo, si dicono tali in quanto vengono usate per costruirne altre dette *grandezze derivate*, come ad esempio la *velocità*.

Lunghezza e tempo non sono però le uniche grandezze fondamentali esistenti, ce ne sono altre che incontreremo lungo il nostro viaggio, e che useremo per costruire numerose altre grandezze derivate.

Nel corso della storia dello studio della Fisica, i ricercatori si sono trovati spesso a doversi letteralmente inventare nuove unità di misura adatte a quantificare i fenomeni sotto il loro esame.

Abbiamo visto che già per le lunghezze esistevano molte unità diverse, alcune anche molto strane, e solo in epoca recente ci si è accordati ad usare tutti (più o meno tutti) il metro o il piede.

Anche con il tempo si è fatto a tratti un po' di confusione; man mano che i concetti fisici diventavano meno evidenti o più difficili da descrivere, aumentava il numero di scienziati che se ne occupavano, e quindi il numero di unità di misura diverse che si inventavano per misurare lo stesso fenomeno.

Nel 1960, nel contesto dell'*XI Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure di Parigi,* per ovviare alla confusione che tutto questo causava nella comunicazione delle misure scientifiche, si decise di adottare un insieme di grandezze fondamentali accettato da tutti: il **Sistema Internazionale** di Unità di misura, abbreviato **SI**.

Esso è composto dalle grandezze elencate nella tabella A1.6 ed è un *sistema completo*, il ché significa che tramite l'utilizzo delle sue grandezze fondamentali è possibile comporre grandezze derivate sufficienti a descrivere tutti i fenomeni fisici.

Tabella A1.6 Unità di misura fondamentali del Sistema Internazionale

Grandezza	Unità di Misura	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Tempo	secondo	s
Massa	kilogrammo	kg
Intensità di Corrente	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Quantità di materia	mole	mol
Intensità luminosa	candela	cd

A queste si aggiungono due unità di misura per gli angoli (tab. A1.7).

Tabella A1.7 Unità di misure angolari del Sistema Internazionale

Grandezza	Unità di Misura	Simbolo
Angolo piano	radiante	rad
Angolo solido	steradiante	sr

Di tutte queste unità, per ora, conosciamo solamente le prime due, ma non allarmiamoci, procedendo con lo studio dei fenomeni fisici le incontreremo tutte o quasi, per ora ci basti sapere che esistono.

Con le unità di misura fondamentali furono dettate anche una serie di norme volte a codificare il modo in cui le unità di misura vanno scritte nelle equazioni e nei testi scritti.

- Nei testi scritti, le unità di misura si scrivono per esteso, con iniziale minuscola e senza accenti (colonna "Unità di misura").
- I simboli seguono il numero, la misura, a cui si riferiscono. Si scrivono minuscoli, fatta eccezione per quelli derivati da nomi di persone, come il kelvin e l'ampere, che si indicano con lettera maiuscola: K e A. Trattandosi di simboli, e non di abbreviazione, non vengono seguiti dal punto: m e non m. per il metro. Si deve poi evitare l'uso di caratteri in italico o grassetto (colonna "Simbolo").

Ricordiamo, infine, che le unità di misura del Sistema Internazionale fanno uso dei multipli e sottomultipli, con le rispettive abbreviazioni, ad esempio [mm] per il millimetro, [kg] per il kilogrammo oppure [mA] per il milliampere e [kA] per il kiloampere.

L'abbreviazione che indica il multiplo o sottomultiplo va scritta a sinistra del simbolo che indica l'unità di misura senza lasciare spazi.

Per i prefissi è importante far riferimento alla **tabella A1.1** per l'uso del minuscolo e del maiuscolo. In taluni casi, infatti , sostituire una lettera maiuscola a quella minuscola potrebbe rivelarsi semplicemente un grossolano errore di scrittura, come scrivere "Km" invece di "km", altre volte invece potrebbe rivelarsi un grave errore concettuale, ad esempio il picometro ($1\ \text{pm} = 10^{-12}\ \text{m}$) è ben diverso dal Petametro ($1\ \text{Pm} = 10^{15}\ \text{m}$).

Esistono alcune unità di misura che non appartengono al Sistema Internazionale, ma che sono da esso accettate perché di uso molto comune, e che spesso troveremo anche in questo testo (**tab. A1.8**).

Tabella A1.8 Unità di misure accettate dal Sistema Internazionale

Unità	Simbolo	Equivalente SI
Minuto	min	1 min = 60 s
Ora	h	1 h = 3600 s
Giorno	d	1 d = 86 400 s
Litro	l	1 l = 1 dm^3
Grado	°	1° = π 1/180 rad
Tonnellata	t	1 t = 1000 kg
Ettaro	ha	1 ha = 10 000 m^2

LA MATEMATICA UTILE

Fare esperimenti, scoprire il mondo che ci circonda è entusiasmante, ma quello che scopriamo dobbiamo poi essere anche in grado di comunicarlo ad altri, appuntarlo per noi stessi o per ragionarci sopra. Il linguaggio che la Fisica usa a tale scopo, lo avrete capito, è quello della Matematica.

In questa serie di rubriche, che troverete in tutto il libro, sono raccolti gli strumenti matematici che ci serviranno per costruire e adoperare correttamente questo linguaggio nel nostro contesto. Tali rubriche non sono intese come un argomento da leggere dall'inizio alla fine, ma piuttosto come materiale da consultare e a cui ritornare quando ne sentirete il bisogno.

Il calcolo simbolico

Sebbene a volte proporremo esercizi dove, per maggior chiarezza, ci tufferemo subito nei numeri, in realtà in Fisica è importante eseguire i calcoli inserendo i valori numerici solo alla fine dell'esercizio.

Nonostante questo possa apparire laborioso, con un po' di esercizio vi renderete conto che questo approccio è quasi sempre più facile che maneggiare numeri, meno soggetto a errori e più preciso.

Uno strano problema, quello del gatto all'Equatore, può aiutarci a rendercene conto.

Supponiamo la Terra perfettamente sferica, di circonferenza $4 \cdot 10^4$ km, e un filo della stessa lunghezza che giri tutto attorno all'Equatore.

Tagliamo il filo, aggiungiamone un metro, riannodiamo il tutto e lasciamo il nuovo anello a distanza costante dalla superficie.

Può un gatto passare tra il filo e la Terra (**fig. A1.32**)?

A1.32 Riuscirà il gatto a passare sotto la corda?